



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CURSO DE ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO
CAMPUS DE SOBRAL

ARTHUR SOUSA DE SENA

ANÁLISE DE SISTEMAS OFDM COM MODULAÇÃO POR ÍNDICE E
AMPLIFICADORES DE POTÊNCIA NÃO LINEARES

SOBRAL

2017

ARTHUR SOUSA DE SENA

ANÁLISE DE SISTEMAS OFDM COM MODULAÇÃO POR ÍNDICE E
AMPLIFICADORES DE POTÊNCIA NÃO LINEARES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Engenharia de Computação da Universidade Federal do Ceará, *Campus* de Sobral, como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheiro de Computação. Área de Concentração: Telecomunicações.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Alexandre Rolim Fernandes.

SOBRAL

2017

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

S477a Sena, Arthur.
Análise de Sistemas OFDM com Modulação por Índice e Amplificadores de Potência Não Lineares /
Arthur Sena. – 2017.
56 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Campus de Sobral,
Curso de Engenharia da Computação, Sobral, 2017.
Orientação: Prof. Dr. Carlos Alexandre Rolim Fernandes.

1. OFDM. 2. ESIM-OFDM. 3. BEP. 4. PA não linear. I. Título.

CDD 621.39

ARTHUR SOUSA DE SENA

ANÁLISE DE SISTEMAS OFDM COM MODULAÇÃO POR ÍNDICE E
AMPLIFICADORES DE POTÊNCIA NÃO LINEARES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Engenharia de Computação da Universidade Federal do Ceará, *Campus* de Sobral, como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheiro de Computação. Área de Concentração: Telecomunicações.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Carlos Alexandre Rolim Fernandes (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Daniel Benevides da Costa
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Me. Yuri Victor Lima de Melo
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Aos meus pais, irmã e toda minha família que, com muito empenho e carinho, não mensuraram esforços em dar amparo à realização de meus objetivos.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus, aquele que nos guia, proporciona força, inspiração e que dá sentido à vida. O agradeço por sempre abençoar minha vida e iluminar meu caminho. Sou muito grato por tudo que consegui até o momento e por tudo aquilo que ainda virá.

Agradeço imensamente aos meus pais, Mirian Pereira de Sousa e José Pereira de Sena, que sempre me deram carinho, apoio e motivação. Agradeço à minha segunda mãe, minha tia Antonia Miraci de Sousa, por seu constante otimismo e solicitude. Agradeço à minha tia Erotildes Pereira e a minha avó Antonia Osmar por serem pessoas tão bondosas e afetuosas. Agradeço à minha querida irmã, Aline Maria Sousa de Sena, por tornar meus dias mais alegres. Vocês são essenciais em minha vida e responsáveis em grande parcela por todas as minhas conquistas.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Carlos Alexandre Rolim Fernandes, por todos os ensinamentos, pela assistência e pelas oportunidades que tem me proporcionado. Através de seu grande empenho e competência, pude adquirir conhecimentos e experiências profissionais indispensáveis para a concretização deste trabalho, além de aprender valores que serão, sem dúvidas, de grande relevância para a minha vida.

Agradeço aos membros integrantes da banca examinadora, Prof. Dr. Daniel Benevides da Costa e Prof. Me. Yuri Victor Lima de Melo, pela disponibilidade, pelo tempo dedicado à avaliação deste trabalho e pelas importantes sugestões.

Agradeço a todos os professores dos cursos de Engenharia de Computação e Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Ceará, *Campus* de Sobral, que puderam compartilhar um pouco de seus conhecimentos e contribuir para a minha formação acadêmica e pessoal. Em especial, agradeço ao Prof. Dr. José Cláudio do Nascimento, meu primeiro orientador, por me introduzir ao universo da pesquisa científica, sendo de muita importância para meu amadurecimento no curso.

Agradeço a todos os amigos que estiveram presentes e puderam contribuir de alguma forma em minha formação. Àqueles que estiveram presentes tanto em momentos de descontração, tornando essa jornada mais agradável e prazerosa, quanto em momentos no qual precisei de ajuda e conselhos. Em especial aos meus amigos Antonio Mateus de Paiva Costa, Jair Alves de Carvalho, Juno Vitorino Saraiva, Rodrigo Linhares dos Santos, Syllas Rangel Carneiro Magalhães e Vitória Almeida Bertaia.

Agradeço a todos da instituição de ensino superior *Illinois Institute of Technology*, localizada na cidade de Chicago, EUA, por terem me acolhido tão bem e possibilitado a realização de um ano e meio de mobilidade acadêmica internacional. Agradeço ao departamento de engenharia *Armour College of Engineering* por ter me proporcionado grandes experiências de trabalho em equipe e pesquisa científica. Agradeço a todas as amigas que construí durante esse período e que levarei para toda a vida.

Agradeço às instituições de fomento à pesquisa que forneceram apoio financeiro durante a maior parte de minha graduação. Em especial, ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), por financiar minha atual bolsa de Iniciação Científica, possibilitando a elaboração deste trabalho. Agradeço também à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), por ter financiado integralmente o programa de mobilidade acadêmica internacional no qual participei. Por último, mas não menos importante, agradeço à Fundação Cearense de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico (FUNCAP) por ter financiado minha primeira bolsa de Iniciação Científica.

A todos, meus sinceros agradecimentos.

“The present moment is the only moment available to us, and it is the door to all moments.” Thich Nhat Hanh

RESUMO

Ao longo dos últimos anos, a OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) ganhou muita popularidade dentro da área de telecomunicações. A alta eficiência espectral e a baixa complexidade são uma das razões de sua ampla adoção. Contudo, a técnica também possui desvantagens, como a presença de altos picos de potência no sinal modulado. Devido às limitações de componentes eletrônicos, como amplificadores de potência (PA, do inglês *Power Amplifier*) utilizados em transmissores de sistemas de comunicação, os altos picos podem atingir regiões não lineares e introduzir distorções ao sinal. Por conta disso, inúmeras estratégias foram desenvolvidas para tentar minimizar esse comportamento prejudicial. Uma família de técnicas baseadas na OFDM convencional, recentemente proposta, consegue atender esse objetivo. Tais técnicas são chamadas de OFDM com modulação por índice (IM, do inglês *Index Modulation*) e funcionam utilizando apenas uma parte das subportadoras ativas. Consequentemente, menos potência é utilizada na transmissão, o que leva à diminuição dos picos de potência no sinal modulado. Assim, umas das técnicas de IM, chamada ESIM-OFDM (*Enhanced Subcarrier Index Modulation - OFDM*), foi escolhida para o desenvolvimento do trabalho. Inicialmente, foi realizada uma análise estatística do sinal ESIM-OFDM, em que validada-se a aplicação de um teorema para modelar as distorções não lineares. A partir da análise estatística, expressões teóricas para a Probabilidade de Erro de Bit (BEP, do inglês *Bit Error Probability*) são calculadas, tanto para um cenário contendo apenas adição de ruído AWGN (*Additive White Gaussian Noise*) quanto para um modelo que possui canal seletivo em frequência com desvanecimento Rayleigh. O desenvolvimento teórico realizado é validado através de simulações computacionais. Além disso, é feita uma comparação de desempenho com a técnica de modulação convencional OFDM. Os resultados mostraram que a ESIM-OFDM tem desempenho de BEP superior à OFDM convencional, para a mesma eficiência espectral, no cenário com PA não linear, para os casos com e sem desvanecimento.

Palavras-chave: OFDM, ESIM-OFDM, BEP, PA Não Linear.

ABSTRACT

Over the last few years, Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) has gained much popularity in the telecommunications field. Its high spectral efficiency and low complexity are some of the reasons for its wide adoption. However, the technique also has drawbacks, such as the presence of high power peaks values in the modulated signal. Due to limitations of electronic components, such as power amplifiers (PA) used in communication systems transmitters, these high power peaks can reach nonlinear regions and introduce distortions to the signal. For this reason, many strategies that tries to minimize this harmful behavior have been developed. A new family of techniques based on classical OFDM has been able to meet this objective. Such techniques are called OFDM with index modulation (IM), and they work by using only part of the subcarriers as active. Consequently, less power is consumed in the transmission, which leads to a decrease of power peaks in the modulated signal. Thus, one of the IM techniques, called Enhanced Subcarrier Index Modulation - OFDM (ESIM-OFDM) was chosen for the development of this work. Initially, a statistical analysis of the ESIM-OFDM signal was performed, validating the application of a theorem for modeling nonlinear distortions. From the analysis, theoretical expressions for Bit Error Probability (BEP) were calculated, for a model containing only addition of Additive White Gaussian Noise (AWGN) and for a model with Rayleigh frequency selective fading channel. The theoretical derivation is validated through computational simulations. Moreover, a performance comparison is performed with classical OFDM. The results showed that ESIM-OFDM has better BEP performance than the conventional technique, for the same spectral efficiency, in the scenario with nonlinear PA, for the cases with and without fading.

Keywords: OFDM, ESIM-OFDM, BEP, nonlinear PA.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Transmissor analógico OFDM.	19
Figura 2 – Implementação do Transmissor OFDM com IDFT.	19
Figura 3 – Símbolo OFDM com prefixo cíclico.	20
Figura 4 – Picos de potência de um símbolo OFDM com 32-QAM e $P_s = 0,5W$	22
Figura 5 – Efeito da passagem de um símbolo OFDM por PA não linear <i>soft clipper</i>	23
Figura 6 – Processo de modulação de índices da técnica SIM-OFDM.	25
Figura 7 – Processo de modulação de índices da técnica ESIM-OFDM.	25
Figura 8 – Comparação de eficiências espectrais entre as técnicas OFDM e ESIM-OFDM.	26
Figura 9 – Comparativo de picos de potência entre as técnicas OFDM e ESIM-OFDM com eficiências espectrais iguais.	27
Figura 10 – Diagrama de blocos do sistema ESIM-OFDM considerado.	29
Figura 11 – Curvas de BEP, teórica e simulada, versus SNR por bit para diferentes ordens de modulação da técnica ESIM-OFDM em canal AWGN.	46
Figura 12 – Comparação das curvas simuladas de BEP entre OFDM e ESIM-OFDM para diferentes taxas de transmissões em canal AWGN.	46
Figura 13 – CDF empírica dos picos de potência da OFDM e ESIM-OFDM com eficiências espectrais iguais.	47
Figura 14 – Curvas de BEP, teórica e simulada, versus SNR por bit para diferentes ordens de modulação da técnica ESIM-OFDM em canal Rayleigh.	48
Figura 15 – Curvas de BEP, teórica e simulada, versus SNR por bit para diferentes ordens de modulação da técnica ESIM-OFDM com potência do ruído fixa em canal Rayleigh.	49
Figura 16 – Comparação das curvas simuladas de BEP entre OFDM e ESIM-OFDM para diferentes taxas de transmissões em canal Rayleigh.	49

LISTA DE ABREVIATURAS

AWGN	<i>Additive White Gaussian Noise</i>
BEP	<i>Bit Error Probability</i>
BER	<i>Bit Error Rate</i>
CDF	<i>Cumulative Distribution Function</i>
CI-OFDM-IM	<i>Coordinate Interleaved OFDM-IM</i>
DCT-OFDM-IM	<i>Discrete Cosine Transform OFDM with Index Modulation</i>
DFT	<i>Discrete Fourier Transform</i>
DMT	<i>Discrete Multitone Modulation</i>
ESIM-OFDM	<i>Enhanced Subcarrier Index Modulation - OFDM</i>
FDM	<i>Frequency Division Multiplexing</i>
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
i.i.d	<i>independent and identically distributed</i>
IBO	<i>Input Back-Off</i>
ICI	<i>Intercarrier Interference</i>
IDFT	<i>Inverse Discrete Fourier Transform</i>
IM	<i>Index Modulation</i>
ISI	<i>Intersymbol Interference</i>
MIMO	<i>Multiple Input Multiple Output</i>
OFDM	<i>Orthogonal Frequency Division Multiplexing</i>
OFDM-CSIM	<i>OFDM with Compressed Sensing Assisted Index-Modulated</i>
OFDM-GIM	<i>OFDM with generalized index modulation</i>
OFDM-ISIM	<i>OFDM with Interleaved Subcarrier-Index Modulation</i>
OOK	<i>On-Off Keying</i>
PA	<i>Power Amplifier</i>
PAPR	<i>Peak to Average Power Ratio</i>
PDF	<i>Probability Density Function</i>
PSK	<i>Phase Shift Keying</i>
QAM	<i>Quadrature Amplitude Modulation</i>
SEP	<i>Symbol Error Probability</i>
SIM-OFDM	<i>Subcarrier Index Modulation - OFDM</i>
SIM-OFDM-SD	<i>SIM-OFDM with Soft Decoder</i>
SM	<i>Spatial Modulation</i>
SNR	<i>Signal to Noise Ratio</i>
STBC	<i>Space-Time Block Codes</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Contextualização e Justificativa	13
1.2	Revisão Bibliográfica	14
1.2.1	Variações das técnicas de IM	14
1.2.2	Cenários Já Analisados	15
1.3	Objetivos e Contribuições	16
1.3.1	Objetivos Gerais	16
1.3.2	Objetivos Específicos	16
1.3.3	Contribuição Científica	16
1.4	Estrutura do Trabalho	17
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	18
2.1	OFDM	18
2.1.1	Conhecendo a Técnica	18
2.1.2	Fatores Limitantes: Altos Picos de Potência	21
2.2	Amplificador de Potência	22
2.3	Teorema de Bussgang	23
2.4	ESIM-OFDM	24
2.4.1	Desenvolvimento da Técnica	24
2.4.2	Vantagens e Desvantagens	25
3	DESENVOLVIMENTO TEÓRICO	28
3.1	Modelo de Sistema	28
3.2	Análise Estatística do Sinal ESIM-OFDM	29
3.3	Probabilidade de Erro de Bit para a ESIM-OFDM sob os Efeitos de Distorções Não Lineares em Canal AWGN	32
3.4	Generalização para Canal Seletivo em Frequência	36
3.4.1	Probabilidade de <i>Outage</i> para a OFDM Convencional sob os Efeitos de Distorções Não Lineares em Canal Rayleigh	37
3.4.2	Probabilidade de Erro de Bit para a OFDM Convencional sob os Efeitos de Distorções Não Lineares em Canal Rayleigh	38
3.4.3	Probabilidade de Erro de Bit para a ESIM-OFDM sob os Efeitos de Distorções Não Lineares em Canal Rayleigh	40
4	RESULTADOS	45
4.1	Resultados de Simulações para Canal AWGN	45
4.2	Resultados de Simulações para Canal Rayleigh	47
5	CONCLUSÕES	51
	REFERÊNCIAS	52

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização e Justificativa

Em um sistema de comunicação sem fio clássico, a transmissão é realizada de forma serial, através de uma única portadora. Em sistemas como esse, quando uma alta taxa de dados é requerida, o período de símbolo se torna muito pequeno, fazendo com que o espectro do símbolo ocupe toda a banda disponível. Isso não seria um problema se não fosse o desvanecimento seletivo em frequência geralmente presente em canais de comunicação sem fio. Essa característica faz com que algumas componentes espectrais sejam gravemente atenuadas, introduzindo ISI (*Inter Symbol Interference*) e podendo prejudicar severamente a recuperação do sinal.

As técnicas de transmissão multiportadora surgiram para tentar contornar esse problema. Ao invés de se transmitir serialmente com altas taxas de transmissão, por meio de um único canal, essas técnicas transmitem os símbolos de forma paralela, utilizando vários sub-canais de banda estreita com taxas de transmissão bem menores do que a taxa total do sistema. O número total de sub-canais é escolhido de forma a garantir que cada subportadora ocupe uma banda menor que a banda de coerência do canal. Esse artifício faz com que o desvanecimento se torne plano em cada um dos sub-canais, o que diminui consideravelmente a ISI.

A FDM (*Frequency Division Multiplexing*) foi a primeira técnica a implementar o conceito de transmissão multiportadora, com uso inicialmente militar, entre os anos de 1950 e 1960 [1]. Essa técnica consegue evitar a ISI, contudo, paga o preço de possuir uma baixa eficiência espectral, uma vez que as sub-bandas não podem se sobrepor. Essa característica, não muito interessante, foi estímulo para a procura de alternativas que possuíssem uma melhor eficiência espectral e que mantivesse as vantagens já presentes na FDM. Foi então que em 1966, os princípios de uma nova técnica que viria a ser conhecida como OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) foram propostos em [2]. Diferentemente da FDM, na OFDM os espectros das subportadoras podem se sobrepor. Essa é a grande vantagem que proporciona à OFDM uma eficiência espectral muito superior à obtida na técnica clássica. Essa sobreposição é realizada de forma a manter as subportadoras ortogonais uma à outra, não gerando interferência entre sub-canais e podendo ser facilmente separados no receptor. Nos anos seguintes, o desenvolvimento de processadores digitais de sinais e a utilização da Transformada Discreta de Fourier (DFT, do inglês *Discrete Fourier Transform*) e sua inversa (IDFT, do inglês *Inverse Discrete Fourier Transform*), possibilitou a implementação totalmente digital desses sistemas [3, 4]. Com isso, o custo e a complexidade do hardware foram reduzidos de forma considerável.

Nos últimos anos, a OFDM tem sido amplamente adotada nos mais diversos tipos de sistemas de comunicações. A popularidade da OFDM se dá principalmente de-

vido à sua alta eficiência espectral, à robustez a canais seletivos em frequência e a sua simples implementação. Em condições ideais, a OFDM moderna elimina completamente a ISI e a ICI (*Intercarrier Interference*). Contudo, a técnica possui algumas desvantagens, dentre elas está a presença de altos valores de pico de potência no sinal modulado. Essa característica indesejável é bastante prejudicial, pois faz com que a amplitude do sinal transmitido ultrapasse o limiar de saturação de dispositivos não lineares como amplificadores de potência (PA, do inglês *Power Amplifier*), ocasionando distorções ao sinal e podendo prejudicar de forma acentuada o desempenho na recepção.

A eficiência energética tem se tornado um fator de central importância para o futuro dos sistemas de comunicações, principalmente devido à busca crescente de formas de aumentar a autonomia das baterias de dispositivos móveis e à tentativa de redução do consumo global de energia. Tendo isso em vista, novas técnicas baseadas na OFDM convencional foram propostas em [5, 6, 7], chamadas de OFDM com modulação por índice (IM, do inglês *Index Modulation*). As técnicas utilizam apenas uma parte das subportadoras ativas, fazendo com que menos potência seja utilizada na transmissão.

Como consequência do uso reduzido de subportadoras, vem uma das grandes vantagens das técnicas de IM, que é a diminuição dos picos de potência no sinal modulado. Esse comportamento sugere robustez a cenários com fortes características não lineares. De fato, esse fator foi uma das principais motivações para o desenvolvimento deste trabalho, visto que não existiam análises do desempenho de tais técnicas sob os efeitos de distorções provocadas por dispositivos não lineares. Dessa forma, este trabalho analisará detalhadamente o desempenho de uma técnica de IM em um cenário com PA não linear, considerando canais multi-percurso com desvanecimento seletivo em frequência e presença de ruído AWGN (*Additive White Gaussian Noise*).

1.2 Revisão Bibliográfica

1.2.1 Variações das técnicas de IM

As recentes técnicas de IM têm ganhado relevância devido ao potencial que possuem de melhorar a eficiência energética dos sistemas de comunicações. O conceito de IM foi introduzido pela primeira vez na OFDM no ano de 2009, através da SIM-OFDM, proposta por Abu-alhiga e Haas em [5], a partir de então diversas variações da técnica foram originadas. A ESIM-OFDM [6], proposta em 2011 por Tsonev *et al.*, que será explicada com detalhes na Seção 2.4, é uma dessas variações. A técnica consegue corrigir os problemas presentes na SIM-OFDM, trazendo uma série de benefícios, como a de dispensar a necessidade do uso de símbolos de sinalização, além de apresentar uma baixa complexidade de implementação. No ano de 2013, Basar propôs em [7] a estratégia de dividir os dados de entrada em sub-blocos, proporcionando assim a possibilidade de variar o número de subportadoras ativas. A ideia é interessante, contudo a estrutura

da técnica sugerida possui uma complexidade bastante elevada e não apresenta melhorias significativas de desempenho sobre a ESIM-OFDM, se as duas técnicas forem comparadas com o mesmo número de subportadoras ativas [8]. Trabalhos posteriores, através de diferentes estratégias, propõem modificações que proporcionam melhorias no desempenho de BER de tais sistemas, podendo ser citados:

- SIM-OFDM-SD (SIM-OFDM *with Soft Decoder*) [9], publicado em 2014: o trabalho propõe a utilização de codificação de canal nas técnicas de IM, no qual são testados os códigos convolucional, turbo e de repetição;
- OFDM-ISIM (OFDM *with Interleaved Subcarrier-Index Modulation*) [10], publicado em 2014: o trabalho propõe a inclusão de um intercalador de sub-blocos (*subblock interleaver*) como forma de melhorar o ganho de diversidade temporal do sistema;
- CI-OFDM-IM (*Coordinate Interleaved OFDM-IM*) [11], publicado em 2015: o trabalho propõe que as técnicas de IM sejam combinadas com STBC (*Space-Time Block Codes*) e com o intercalamento de coordenadas, que consiste em transmitir as partes reais e imaginárias do símbolo complexo através de diferentes subportadoras ativas;
- OFDM-GIM (OFDM *with generalized index modulation*) [12], publicado em 2015: o trabalho propõe que as subportadoras não sejam desativadas completamente, ao invés disso, apenas a componente em fase ou em quadratura do símbolo seja desativada;
- OFDM-CSIM (OFDM *with Compressed Sensing Assisted Index-Modulated*) [8], publicado em 2016: o trabalho propõe a utilização do conceito de *compressive sensing*, aplicado à recuperação dos símbolos no receptor.
- DCT-OFDM-IM (*Discrete Cosine Transform OFDM with Index Modulation*) [13], publicado em 2017: o trabalho propõe combinar as técnicas de IM com a versão da OFDM implementada através da transformada discreta de cossenos.

1.2.2 Cenários Já Analisados

Além das propostas de modificações mostradas na seção anterior, existem inúmeros trabalhos que analisam o desempenho das técnicas de IM em diferentes cenários. Em [14] e [15], é verificada a robustez que tais técnicas possuem às distorções não lineares presentes em transmissões ópticas, contudo nenhum desenvolvimento teórico é realizado. Em [16], [17] e [18], cenários de alta mobilidade são levados em conta, fazendo-se uma análise dos efeitos introduzidos pelos desvios de frequência provocados pelo efeito Doppler. Em [19], o desempenho de PAPR é analisado, porém, como será esclarecido, essa métrica não é a mais adequada para se avaliar as técnicas de IM, e além disso, o trabalho mostra apenas resultados de simulações. Ademais, os trabalhos propostos em [20], [21] e [22], analisam o desempenho das técnicas de IM em sistemas de comunicações MIMO.

Como pode ser verificado, existe uma quantidade significativa de trabalhos levando em conta diversas configurações e diferentes cenários. Contudo, dentre todos os

artigos revisados, não foi encontrada nenhuma análise dos efeitos provocados por PAs não lineares. Dessa forma, fica claro a contribuição que o trabalho em vista proporcionará, pois este será o primeiro a realizar a análise de distorções não lineares em sistemas OFDM com IM.

1.3 Objetivos e Contribuições

1.3.1 Objetivos Gerais

As técnicas de IM possuem o grande benefício de apresentarem menores picos de potência. Contudo, os poucos trabalhos existentes que mencionam o efeito tratam o tema de maneira bastante superficial, sendo que nenhum estudo aprofundado foi realizado. Além disso, não existem trabalhos que levam em conta os efeitos de PAs não lineares. Assim, é de grande relevância uma análise detalhada do desempenho de tais sistemas, considerando os efeitos de distorções não lineares introduzidos por PAs.

A técnica de IM considerada para a realização das análises será a ESIM-OFDM (*Enhanced Subcarrier Index Modulation - OFDM*), originalmente proposta em [6]. Objetiva-se fazer uma análise teórica detalhada da técnica, considerando PAs não lineares. Os resultados teóricos desenvolvidos serão validados através de simulações numéricas. Além disso, pretende-se realizar uma comparação de desempenho entre a OFDM convencional e a ESIM-OFDM.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Apresentar a modelagem de um sistema ponto a ponto multiportadora ESIM-OFDM com um PA não linear no transmissor, considerando tanto um canal AWGN como um canal com desvanecimento seletivo em frequência Rayleigh;
- Realizar uma análise estatística do sinal ESIM-OFDM, com objetivo de validar a aplicação de um teorema na modelagem matemática do sistema;
- Desenvolver uma expressão analítica fechada para a Probabilidade de Erro de Bit do sistema para os casos com e sem desvanecimento;
- Analisar os efeitos das distorções não lineares no desempenho do sistema ESIM-OFDM por meio de simulações numéricas.

1.3.3 Contribuição Científica

- SENA, A. S. e FERNANDES, C. A. R. Análise de Sistemas OFDM com Modulação por Índice e Amplificador de Potência Não Linear. *In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE TELECOMUNICAÇÕES E PROCESSAMENTO DE SINAIS*, 2017, São Pedro - SP. Anais do XXXV Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais. São Pedro: Sociedade Brasileira de Telecomunicações, 2017. p. 313-317.

1.4 Estrutura do Trabalho

Os restante do trabalho está organizado como se segue:

- **Capítulo 2** - Este capítulo traz a fundamentação teórica para o desenvolvimento do trabalho. Introduz conceitos sobre a OFDM, define o modelo matemático de um PA não linear e apresenta o teorema utilizado para modelar as distorções não lineares. Por fim, a técnica de multiplexação ESIM-OFDM é explicada.
- **Capítulo 3** - Este capítulo apresenta o desenvolvimento teórico realizado. Propõe o modelo de sistema considerado no trabalho, desenvolve uma caracterização estatística do sinal ESIM-OFDM e calcula expressões de BEP considerando dois cenários: um possuindo apenas adição de ruído AWGN e outro contando com canal seletivo em frequência.
- **Capítulo 4** - Este capítulo valida o desenvolvimento teórico realizado através de simulações numéricas. Além disso, compara o desempenho das técnicas OFDM e ESIM-OFDM sob o efeito das distorções não lineares.
- **Capítulo 5** - Este capítulo apresenta as considerações finais, destacando as principais contribuições desenvolvidas, assim como são indicadas as perspectivas para trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo apresenta a fundamentação teórica base para o desenvolvimento realizado ao longo do trabalho. A Seção 2.1 introduz os conceitos sobre a OFDM, mostrando de forma sucinta algumas etapas de sua evolução histórica e suas principais características, como suas vantagens e desvantagens. A Seção 2.2 introduz o modelo matemático do PA não linear considerado para a geração dos resultados. A Seção 2.3 apresenta o teorema de Bussgang, utilizado para modelar as distorções não lineares dos PAs sem memória. E finalmente, a Seção 2.4 explica a técnica de multiplexação ESIM-OFDM, mostrando sua evolução, suas vantagens e desvantagens.

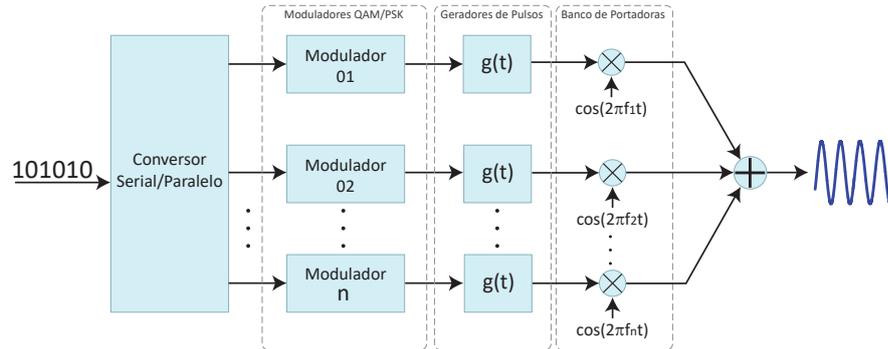
2.1 OFDM

2.1.1 Conhecendo a Técnica

Como já mencionado, as ideias que originaram a OFDM foram propostas por Chang em 1966 [2]. Na proposta original, para que os símbolos fossem enviados de forma paralela, era necessário implementar no transmissor um banco de portadoras, como mostra a Figura 1, e no receptor um banco de demoduladores coerentes. Para um número pequeno de subportadoras, essa estratégia era possível, contudo quando esse número crescia, a técnica se tornava muito cara, complexa e impraticável. Felizmente, foi demonstrado em [3] que um sinal multiportadora é equivalente à transformada inversa de Fourier do sinal serial original e que o banco de demoduladores coerentes do receptor equivale à transformada de Fourier. Como consequência da demonstração, no ano de 1971, Weinstein e Ebert propuseram em [4] uma modificação à OFDM original, em que o banco de subportadoras no transmissor é substituído por um módulo IDFT e o banco de demoduladores no receptor por um módulo DFT. Com o desenvolvimento da FFT (*Fast Fourier Transform*), um algoritmo rápido para se calcular a DFT, tornou-se possível a implementação digital da OFDM, dispensando o uso dos complexos bancos de portadoras analógicas. Isso tornou a implementação da OFDM muito simples e barata. A versão digital da OFDM também é chamada algumas vezes na literatura de DMT (*Discrete Multitone Modulation*). A grande vantagem dessa modificação é que agora todo o processo de multiplexação pode ser realizado em banda base, de forma digital, necessitando de uma única portadora analógica para realizar a transmissão do sinal, como pode ser visualizado na Figura 2.

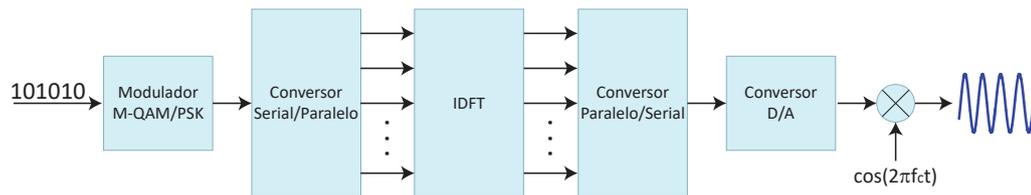
Com o objetivo de demonstrar o motivo pelo qual o banco de subportadoras pôde ser substituído, define-se $\tilde{\mathbf{s}} = [\tilde{s}(0), \tilde{s}(1), \dots, \tilde{s}(N_s - 1)]^T$ como sendo o vetor de símbolos no domínio da frequência, de tamanho N_s , gerados por meio de modulação QAM (*Quadrature Amplitude Modulation*) ou PSK (*Phase Shift Keying*) de ordem M , sendo uniformemente distribuídos. Logo, utilizando a definição formal da IDFT, a versão

Figura 1: Transmissor analógico OFDM.



Fonte: Próprio autor.

Figura 2: Implementação do Transmissor OFDM com IDFT.



Fonte: Próprio autor.

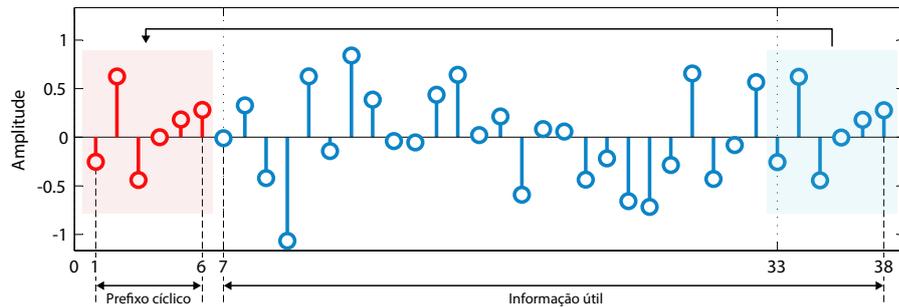
no domínio do tempo da sequência de símbolos pode ser obtida por:

$$\begin{aligned}
 s(n) &= \frac{1}{\sqrt{N_s}} \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{s}(k) e^{jk \frac{2\pi}{N_s} n} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{N_s}} \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{s}(k) \left[\cos \left(k \frac{2\pi}{N_s} n \right) + j \text{sen} \left(k \frac{2\pi}{N_s} n \right) \right], \quad (1)
 \end{aligned}$$

para $n = 0, 1, \dots, (N - 1)$. Como pode ser notado, a IDFT nada mais é do que uma série de portadoras exponenciais complexas, espaçadas por uma frequência de $\frac{2\pi}{N_s} Hz$. Assim, N_s representa o número de subportadoras complexas, e o mais importante a se notar é que cada subportadora é ortogonal uma à outra. Dessa forma, fica claro que a operação é equivalente a modular cada símbolo da sequência \tilde{s} pelas diferentes portadoras exponenciais complexas, sendo equivalente ao que era realizado analogicamente.

Embora a utilização da DFT/IDFT tenha sido muito benéfica para a OFDM, sendo considerado um dos maiores avanços da época, essa modificação também introduziu um novo problema na técnica, relacionado com a seletividade em frequência dos canais. Sabe-se que o sinal recebido no domínio do tempo, é representado pela convolução entre o sinal transmitido e a resposta ao impulso do canal, que não seria um problema se os sinais fossem contínuos, pois como é bem conhecido, a transformada de Fourier da convolução de dois sinais contínuos é equivalente ao produto entre eles no domínio da frequência. Contudo, essa relação não é verdadeira para sinais discretos. Por exemplo, considerando

Figura 3: Símbolo OFDM com prefixo cíclico.



Fonte: Próprio autor.

que um vetor de símbolos $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^{N_s \times 1}$ foi transmitido por uma canal com resposta ao impulso $\mathbf{h} \in \mathbb{C}^{\tau \times 1}$, em que τ é o espalhamento de atrasos do canal, e desprezando a presença de ruído AWGN, o sinal recebido no domínio do tempo pode ser representado por $\mathbf{r} = \mathbf{s} * \mathbf{h}$, em que $*$ é o operador de convolução linear. Assim, pode-se demonstrar que:

$$\mathcal{F}(\mathbf{r}) = \mathcal{F}(\mathbf{s} * \mathbf{h}) \neq \mathcal{F}(\mathbf{s}) \cdot \mathcal{F}(\mathbf{h}), \quad (2)$$

em que $\mathcal{F}(\cdot)$ representa a DFT. Essa desigualdade mostra que ao tentar trazer o sinal de volta para o domínio da frequência, os efeitos do canal não são meramente multiplicativos. Isso torna difícil reverter as distorções inseridas pelo canal, de forma que provoca a quebra de ortogonalidade entre as subportadoras e consequentemente introduz ICI.

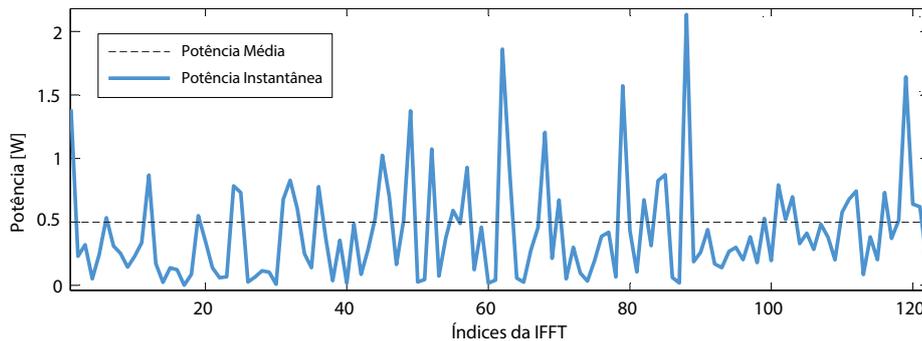
Somente em 1980 foi proposto uma solução efetiva para o problema. Peled e Ruiz propuseram em [23] a introdução de um prefixo cíclico no símbolo OFDM. Essa estratégia consiste em acrescentar informação redundante ao sinal. Para ser mais exato, uma porção de informação do final do símbolo é adicionada ao início, como mostra a Figura 3. Ao se fazer isso, a convolução entre o sinal e a resposta ao impulso do canal se torna circular. Esse artifício simples é de extrema eficácia, pois para sinais discretos, a transformada de Fourier de uma convolução circular é equivalente ao produto no domínio da frequência. Dessa forma, os efeitos do canal podem ser facilmente revertidos no receptor, garantindo a ortogonalidade entre as subportadoras. Além disso, se o tamanho do prefixo cíclico for maior ou igual ao espalhamento de atraso do canal, é possível eliminar completamente a ISI. Consequentemente, a OFDM tornou-se uma técnica com alta imunidade a canais seletivos em frequência, continuando com uma alta eficiência espectral e baixa complexidade de implementação. Nos anos seguintes, a técnica só aumentou sua popularidade, sendo adotada em uma quantidade cada vez maior de sistemas de comunicações. Atualmente, a OFDM é empregada em padrões como IEEE 802.11a (WiFi), IEEE 802.15.3a, IEEE 802.16d (WiMAX), DVB, 3GPP UMTS, 3GPP LTE, dentre outros [24].

2.1.2 Fatores Limitantes: Altos Picos de Potência

Embora a OFDM possua muitos benefícios, como os apresentados na seção anterior, a técnica também possui algumas características que limitam a sua utilização. Entre essas limitações, podem ser citadas a alta sensibilidade a desvios de frequência, a emissão fora de faixa relativamente alta e a presença de altos picos de potência no sinal modulado, sendo esta a mais relevante para o trabalho em vista. Como geralmente os PAs utilizados nos transmissores possuem uma região de operação linear bastante limitada, os altos picos conseguem facilmente atingir regiões de não linearidade, podendo causar fortes distorções ao sinal. Esse problema poderia ser reduzido com a utilização de PAs mais robustos, que possuíssem uma larga região de operação linear, contudo, além de tais componentes serem mais caros, isso exigiria mais consumo de potência. Logo, essa alternativa não é muito interessante, pois potência é um recurso que não pode ser desperdiçado. Uma outra forma comum de tentar contornar o problema, seria através da imposição de um alto recuo de potência de entrada (IBO, do inglês *Input Back-Off*), mas essa abordagem também não trás muitas vantagens, pois provoca uma baixa SNR (*Signal-to-Noise Ratio*) no receptor [25].

A presença dos altos picos de potência pode ser entendida analisando (1). Sabe-se que os símbolos de entrada da IDFT podem assumir M possíveis valores complexos, sendo originados de uma distribuição uniforme. Contudo, como o sinal modulado consiste da soma de N_s subportadoras com fases distintas, além de depender da ordem de modulação, a amplitude da saída dependerá de como essas fases estarão alinhadas. Quando acontece um alinhamento de fases entre as subportadoras, e além disso, quando o símbolo no domínio da frequência possui o maior dos M níveis de energia, a saída resultante da IDFT terá a máxima potência possível [6], dado por $P_{MAX}^{OFDM} = 2N_s(\sqrt{M} - 1)^2$. Isso resulta em um sinal com distribuição não uniforme, podendo apresentar picos de potência bem mais altos que a média. Esse comportamento pode ser visto na Figura 4, onde é mostrado o gráfico de potência de um bloco OFDM originado a partir de símbolos 32-QAM e potência média de $0,5W$. Quando os picos atingem as regiões não lineares dos PAs, acontecem dois tipos de distorções: distorção *in-band*, que ocasiona um aumento na taxa de erro de bit (BER, do inglês *Bit Error Rate*), e distorção *out-of-band*, que pode provocar interferência a outros sistemas [26]. Mais detalhes sobre PAs serão apresentados na próxima seção.

Figura 4: Picos de potência de um símbolo OFDM com 32-QAM e $P_s = 0,5W$



Fonte: Próprio autor.

2.2 Amplificador de Potência

A amplificação do sinal é uma estágio de grande importância para qualquer sistema de comunicação. Essa é a última operação realizada pelo transmissor antes que o sinal seja realmente enviado. O objetivo dessa etapa é elevar a potência do sinal para um nível que proporcione condições necessárias para a transmissão através do canal de comunicação, garantindo um bom desempenho. Em um modelo de PA ideal, de maneira bastante simples, o sinal de entrada é apenas multiplicado por um escalar, de forma que as alterações provocadas ao sinal de saída são completamente reversíveis. Contudo, em sistemas reais, os PAs não possuem essa característica tão comportada. Na prática, os dispositivos ativos que compõem os PAs podem introduzir vários tipos de distorções não lineares ao sinal [27, 28].

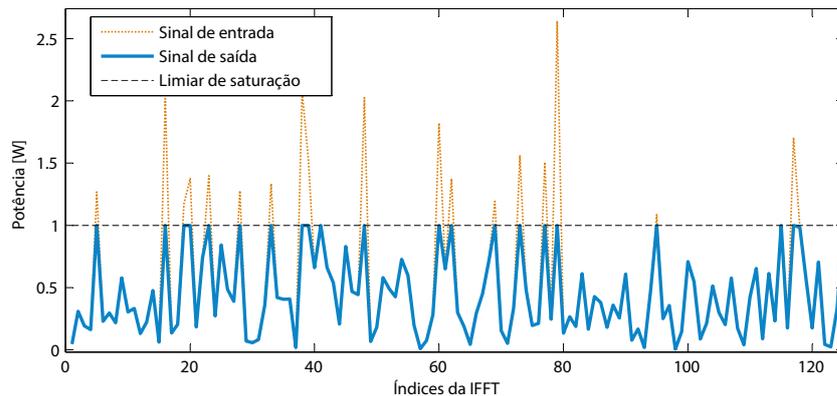
A modelagem através de funções não lineares sem memória é uma maneira comum de caracterizar um PA não linear. Esses modelos são amplamente utilizados, principalmente, pela fácil implementação computacional, além de serem razoavelmente condizentes com a realidade, em algumas situações [29]. A saída de um sistema sem memória depende apenas da entrada atual. Dessa forma, qualquer mudança no sinal de entrada afeta instantaneamente o sinal de saída, significando que não ocorrem distorções de fase. Tais sistemas podem ser representados matematicamente com ajuda do Teorema de Bussgang, introduzido na seção seguinte.

O *soft clipper* é um modelo bastante popular, que pode ser visto como um PA não linear sem memória ideal que simplesmente ceifa amplitudes que ultrapassam um certo limiar de potência, de forma que nenhum tipo de erro de fase é introduzido ao sinal. O modelo pode ser definido como [30]:

$$s^{pa}(n) = \begin{cases} \frac{A_{sat}}{|s(n)|} s(n), & \text{se } |s(n)|^2 > A_{sat}^2 \\ s(n), & \text{se } |s(n)|^2 < A_{sat}^2 \end{cases}, \quad (3)$$

em que $s(n)$ é a sequência de símbolos no domínio do tempo, resultante da IDFT em (1), $s^{pa}(n)$ é o sinal amplificado e A_{sat} representa o limiar de saturação do PA. O efeito que

Figura 5: Efeito da passagem de um símbolo OFDM por PA não linear *soft clipper*.



Fonte: Próprio autor.

esse modelo causa no sinal é ilustrado na Figura 5. Como pode ser visualizado, o sinal de entrada sofre cortes quando a potência ultrapassa o limiar de saturação, resultando em um sinal distorcido na saída do PA.

O *soft clipper* será utilizado nos sistemas simulados do Capítulo 4, porém é importante destacar que os desenvolvimentos teóricos que serão desenvolvidos são válidos para qualquer modelo de PA não linear sem memória.

2.3 Teorema de Bussgang

O teorema de Bussgang foi originalmente proposto em [31], no ano de 1952, recebendo contribuições de Rowe em [32]. O teorema afirma que se um processo aleatório Gaussiano real, de média nula, branco e estacionário no sentido amplo for entrada de uma função não linear sem memória, então a função de correlação cruzada entre os processos de entrada e saída será proporcional à autocorrelação do processo de entrada, isto é:

$$E[x(n) \cdot z(x(n+k))] = k_o \cdot E[x(n)x(n+k)], \quad (4)$$

em que $E[\cdot]$ corresponde ao operador esperança, $x(n)$ é um processo aleatório com os atributos descritos acima, $z(\cdot)$ é uma função não linear sem memória e k_o é uma constante de atenuação. A partir de (4) pode-se expressar $z(\cdot)$ como:

$$z(x(n)) = k_o x(n) + d(n), \quad (5)$$

em que $d(n)$ representa uma distorção não linear, que também pode ser tratado como um ruído AWGN de variância σ_d^2 , possuindo a seguinte característica: $E[x(n) \cdot d(n+k)] = 0$, ou seja, $d(n)$ é decorrelacionado de $x(n)$. Embora, o teorema original seja proposto apenas para sinais reais, em [33] é realizada uma extensão do teorema, expandindo sua aplicação para sinais complexos. No mesmo trabalho, são desenvolvidas expressões fechadas para a constante k_o e para a variância σ_d^2 . Em particular, considerando o modelo *soft clipper*,

tais parâmetros são dados por:

$$k_o = 1 - e^{-A_{sat}^2/\sigma_x^2} + \frac{1}{2} \sqrt{\pi \frac{A_{sat}^2}{\sigma_x^2}} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{A_{sat}^2}{\sigma_x^2}} \right) \quad (6)$$

e

$$\sigma_d^2 = \sigma_x^2 \left(1 - e^{-A_{sat}^2/\sigma_x^2} - k_o^2 \right), \quad (7)$$

em que σ_x^2 é a variância do sinal de entrada, $x(n)$, e $\operatorname{erfc}(\cdot)$ representa a Função de Erro Complementar, definida por:

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2} dt. \quad (8)$$

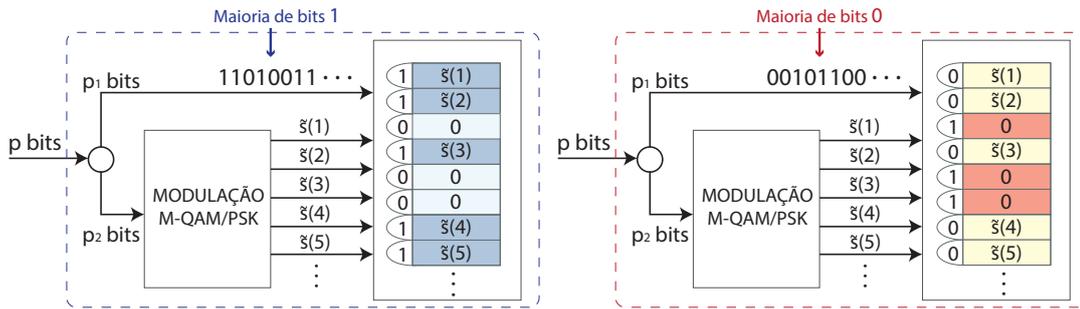
2.4 ESIM-OFDM

2.4.1 Desenvolvimento da Técnica

As técnicas de IM podem ser vistas como uma variação do conceito de Modulação Espacial (SM, *Spatial Modulation*) utilizado em transmissões MIMO (*Multiple Input Multiple Output*) [34]. A ideia consiste em enviar informação não apenas através dos símbolos da modulação digital, como o QAM ou PSK, mas também enviar dados através de uma dimensão adicional, que são os índices das subportadoras. A principal motivação para o desenvolvimento de tais técnicas é a necessidade crescente de se obter sistemas que contenham eficiência espectral e eficiência energética balanceadas. O conceito de IM foi introduzido pela primeira vez em 2009, com a técnica SIM-OFDM (*Subcarrier Index Modulation - OFDM*) [5]. Nessa proposta, os índices das subportadoras são modulados utilizando uma estratégia baseada na modulação OOK (*On-Off Keying*). Por exemplo, se um sistema possui N_s subportadoras, então os primeiros N_s bits da sequência de entrada são escolhidos para realizar o processo de modulação de índice, em que os estados das subportadoras são definidos pelos valores desses bits.

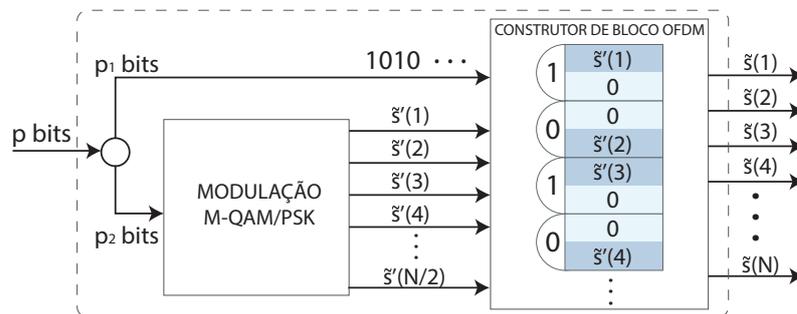
Para garantir que pelo menos metade das subportadoras são ativadas, o valor que predominar na sequência dos N_s bits de entrada representará o estado ativo. Ou seja, se a maioria da sequência possuir valor 1, então os bits com valores 1 corresponderão às subportadoras ativas, e os bits com valores 0 corresponderão às inativas, ou vice-versa. O processo fica mais claro através do diagrama da Figura 6. Para que a estratégia funcione, no momento da demodulação, o receptor precisa ter conhecimento dessa informação, assim é necessário a inclusão de símbolos exclusivos para sinalização. De forma mais específica, de todas as subportadoras ativas, $N_s/2$ são utilizadas para enviar os símbolos QAM e o restante é utilizado para enviar a sinalização. Com essa abordagem, a técnica consegue atingir o objetivo de melhorar a eficiência energética, porém sofre com alguns problemas, como a propagação de erro de bit e a otimista suposição de haver perfeita detecção da

Figura 6: Processo de modulação de índices da técnica SIM-OFDM.



Fonte: Próprio autor.

Figura 7: Processo de modulação de índices da técnica ESIM-OFDM.



Fonte: Próprio autor.

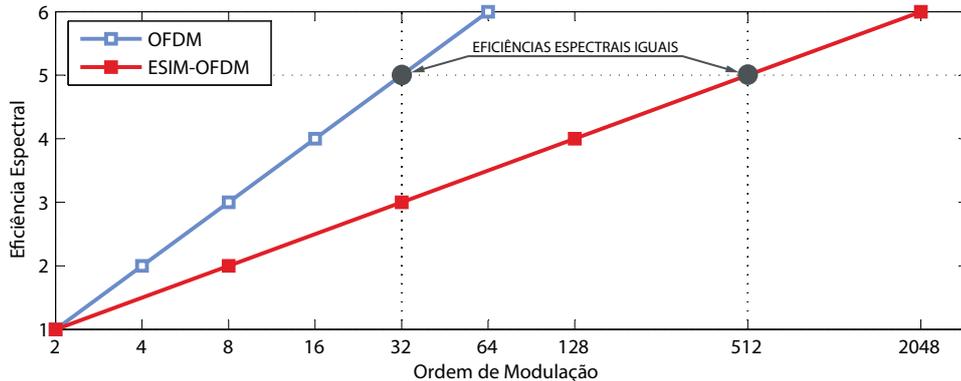
sinalização.

Desse modo, com a tentativa de solucionar os problemas presentes na SIM-OFDM, em 2011, uma nova técnica de IM chamada de ESIM-OFDM foi proposta em [6]. Diferentemente da abordagem utilizada na proposta original, nessa técnica, a modulação de índices é realizada através de uma sequência de somente $N_s/2$ bits, com o objetivo de se obter exatamente $N_s/2$ portadoras ativas. A maneira como a estratégia funciona é bastante simples: cada bit da sequência controla os estados de um par de subportadoras adjacentes, de forma que se o bit de entrada possuir valor 1, a primeira subportadora do par será ativa e a segunda inativa. Por outro lado, caso o bit possua valor 0, a primeira subportadora será inativa e a segunda ativa. Essa estratégia faz com que a necessidade do envio de símbolos de sinalização seja completamente eliminada, pois haverá a certeza de que pelo menos uma subportadora do par é ativa. Assim, para que o processo de demodulação aconteça, basta que o receptor detecte a subportadora com a maior potência. Além disso, o problema da propagação de erro de bit também é resolvido, pois o erro de detecção de um par não afetará os outros. O processo de modulação da ESIM-OFDM pode ser visualizado no diagrama da Figura 7.

2.4.2 Vantagens e Desvantagens

A primeira vantagem que pode ser percebida na ESIM-OFDM é o ganho na eficiência energética. Como metade das subportadoras sempre serão desativadas, a

Figura 8: Comparação de eficiências espectrais entre as técnicas OFDM e ESIM-OFDM.



Fonte: Próprio autor.

energia necessária para realizar a modulação é reduzida no mínimo pela metade. Em contrapartida, mesmo que uma parte da informação seja enviada através dos índices das subportadoras, há uma redução na eficiência espectral, se comparada à OFDM clássica. De forma exata, considerando a modulação QAM ou PSK de ordem M , as eficiências espectrais da OFDM e da ESIM-OFDM são, respectivamente [6]:

$$\eta_{OFDM} = \log_2(M) \quad (9)$$

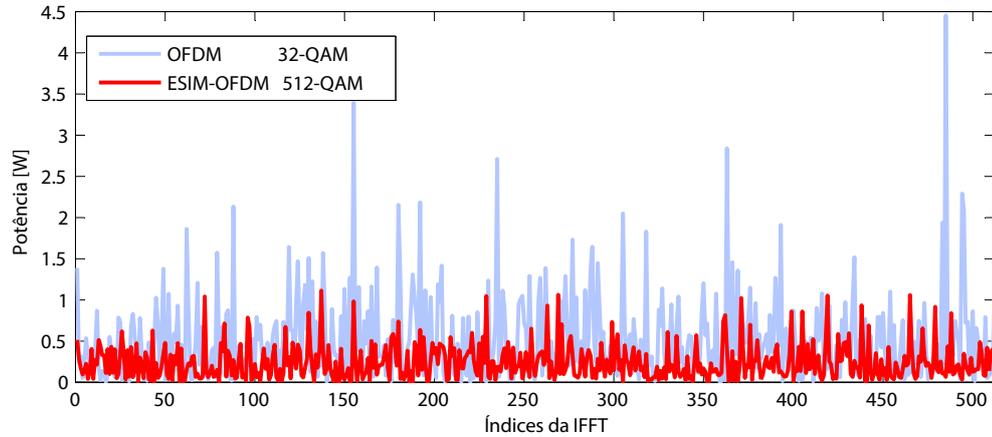
e

$$\eta_{ESIM} = \frac{\log_2(M)}{2} + \frac{1}{2}. \quad (10)$$

Embora a eficiência espectral seja menor para uma mesma ordem de modulação, é mostrado em [6] que a ESIM-OFDM possui um desempenho de BER superior ao da OFDM convencional, considerando um cenário linear com presença de ruído AWGN. Além do mais, analisando (9) e (10), é interessante notar que, se uma ordem de modulação maior for utilizada na ESIM-OFDM, é possível atingir a mesma eficiência espectral da técnica convencional. Para ser mais preciso, para que a igualdade aconteça, se a OFDM convencional utilizar uma ordem de 2^k , a ESIM-OFDM irá requerer uma ordem de 2^{2k-1} , para $k = 1, 2, \dots, n$. Isso pode ser confirmado através do gráfico da Figura 8, no qual se encontra as curvas de eficiência espectral das duas técnicas.

Como foi mostrado na Seção 2.1.2, o pico máximo de potência que pode ser atingido pela OFDM é diretamente proporcional à quantidade N_s de subportadoras. Dessa forma, como consequência direta do uso de um número reduzido de subportadoras ativas, a ESIM-OFDM traz uma grande vantagem, sendo a mais relevante para o desenvolvimento do trabalho, que é a expressiva redução dos picos de potência. É possível demonstrar que o valor máximo de pico atingível na ESIM-OFDM é quatro vezes menor do que se pode obter na técnica convencional, ou seja, $P_{MAX}^{ESIM} = \frac{1}{4} \times P_{MAX}^{OFDM} = \frac{N_s}{2} (\sqrt{M} - 1)^2$ [6]. Essa característica pode ser comprovada visualmente através do gráfico exposto na Figura 9, no qual se encontra uma comparação entre as potências dos símbolos das duas técnicas, com

Figura 9: Comparativo de picos de potência entre as técnicas OFDM e ESIM-OFDM com eficiências espectrais iguais.



Fonte: Próprio autor.

eficiências espectrais iguais. Nota-se que mesmo para uma ordem de modulação bastante superior, utilizada na ESIM-OFDM, a técnica exibe picos de potência bem inferiores aos valores exibidos pelo símbolo OFDM.

É relevante destacar que, a PAPR (*Peak to Average Power Ratio*), que consiste da relação entre o valor máximo e o médio de potência do sinal, é uma métrica bastante comum utilizada para contabilizar os picos de potência. Porém, essa medida não se mostra adequada para se avaliar o desempenho das técnicas de IM, pois como mostrado em [35], os valores médios de PAPR exibidos pelas técnicas se assemelham aos obtidos na OFDM convencional. Isso acontece pois, juntamente com a diminuição do picos de potência, a média do sinal também diminui, devido a presença de subportadoras inativas, e dessa forma a PAPR permanece praticamente a mesma. Assim, é injusto realizar uma comparação de PAPR entre as técnicas de IM e a convencional. Portanto, essa métrica não será utilizada como critério de avaliação, ao invés disso, os valores de pico serão levados em conta.

3 DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

Este capítulo apresenta as principais contribuições do trabalho em vista, que consiste do desenvolvimento teórico realizado sobre a técnica ESIM-OFDM. O capítulo é dividido em quatro seções principais, sendo que a Seção 3.1 apresenta o modelo de sistema utilizado como base para o desenvolvimento do trabalho. A Seção 3.2 faz uma caracterização estatística do sinal ESIM-OFDM, a Seção 3.3 desenvolve uma expressão de BEP para o primeiro caso, em que considera-se somente a presença de ruído AWGN e a Seção 3.4 expande o desenvolvimento realizado e obtém uma expressão de BEP considerando um canal seletivo em frequência com desvanecimento Rayleigh.

3.1 Modelo de Sistema

Como base para o desenvolvimento teórico realizado nas seções seguintes, será adotado o modelo de sistema multiportadora ponto-a-ponto ESIM-OFDM, mostrado no diagrama da Figura 10. No modelo, considera-se um PA não linear no transmissor que transmite através de um canal com desvanecimento seletivo em frequência Rayleigh e adição de ruído AWGN. Além disso, é admitido que o receptor possui conhecimento do canal e que há sincronia a nível de símbolo. Assume-se que o transmissor possui um total de N_s subportadoras, em que cada subportadora ativa transmite os símbolos de informação, considerados como sendo i.i.d e possuindo distribuição uniforme, gerados por meio de modulação PSK ou QAM de ordem M , com potência média de transmissão igual a P_s . Considera-se como entrada do sistema uma sequência de p bits, em que os primeiros $p_1 = N_s/2$ bits são utilizados para codificar os índices das subportadoras. Como mostrado anteriormente, cada um dos p_1 bits determinará quais subportadoras serão energizadas com a constelação QAM ou PSK. Dessa forma, os restantes p_2 bits são enviados para o modulador QAM ou PSK, resultando como saída o vetor de símbolos no domínio da frequência:

$$\tilde{\mathbf{s}}' = \left[\tilde{s}'(0), \tilde{s}'(1), \dots, \tilde{s}'\left(\frac{N_s}{2} - 1\right) \right]^T. \quad (11)$$

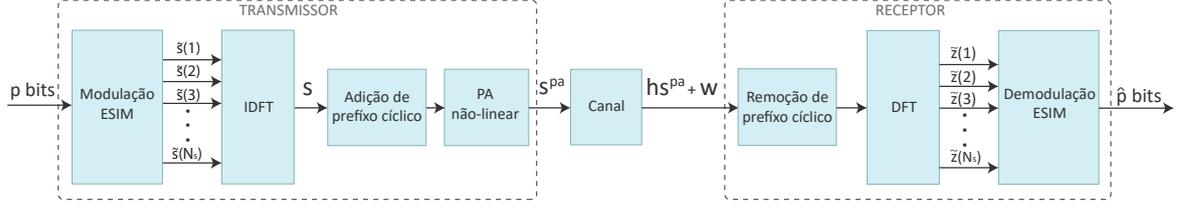
O vetor de símbolos $\tilde{\mathbf{s}}'$ é então enviado para o construtor do bloco OFDM, como mostrado no diagrama da Figura 7, tendo como saída o vetor ainda no domínio da frequência:

$$\tilde{\mathbf{s}} = [\tilde{s}(0), \tilde{s}(1), \dots, \tilde{s}(N_s - 1)]^T, \quad (12)$$

em que $\tilde{\mathbf{s}}$ é uma versão expandida de $\tilde{\mathbf{s}}'$ de tamanho N_s , resultante das inserções de zeros, que representam as subportadoras inativas de acordo com a sequência de bits p_1 . A partir desse ponto, os mesmos procedimentos usualmente utilizados na OFDM convencional são também realizados. A operação de IDFT, definida em (1), é aplicada em $\tilde{\mathbf{s}}$, gerando assim, o vetor de símbolos no domínio do tempo, dado por:

$$\mathbf{s} = [s(0), s(1), \dots, s(N_s - 1)]^T. \quad (13)$$

Figura 10: Diagrama de blocos do sistema ESIM-OFDM considerado.



Fonte: Próprio autor.

Com o objetivo de evitar ISI e tornar a convolução entre o sinal e a resposta ao impulso do canal em uma convolução circular, é adicionado um prefixo cíclico de tamanho L ao início de \mathbf{s} , dado por $\mathbf{s}_{CP} = [s(N_s - L), \dots, s(N_s - 2), s(N_s - 1)]$. Antes que o sinal seja realmente transmitido, acontece a passagem pelo PA não linear sem memória, só então o sinal é transmitido através de um canal seletivo em frequência Rayleigh com resposta ao impulso $\mathbf{h} = [h(0), h(1), \dots, h(\tau - 1)]$, em que τ é o espalhamento de atrasos do canal e $h(k)$, $k = 0, 1, \dots, \tau$, são variáveis aleatórias complexas com distribuição Gaussiana circularmente simétricas. Além disso, na saída do canal há adição de ruído AWGN de variância σ_w^2 e média nula. Em seguida, no receptor, o prefixo cíclico é removido e a DFT é então calculada. Assumindo que o canal se mantém constante durante uma transmissão e que o tamanho do prefixo cíclico L é maior ou igual ao espalhamento de atraso τ , o sinal recebido no domínio da frequência pode ser expresso por:

$$\tilde{z}(n) = \tilde{h}(n)\tilde{s}^{pa}(n) + \tilde{w}(n), \quad (14)$$

para $n = 0, 1, \dots, (N_s - 1)$, em que $\tilde{s}^{pa}(n)$ é o sinal de saída do PA não linear, no domínio da frequência, $\tilde{h}(n)$ são os coeficientes da resposta em frequência do canal e $\tilde{w}(n)$ é o ruído AWGN, também no domínio da frequência. Dada a recepção de $\tilde{z}(n)$, cada par de subportadoras é então inspecionado, sendo reconhecida como ativa aquela que possuir a maior potência do par. Em seguida, de forma usual, o sinal é demodulado.

3.2 Análise Estatística do Sinal ESIM-OFDM

Na OFDM convencional, quando o número de subportadoras N_s é suficientemente grande, os símbolos no domínio do tempo podem ser considerados uma variável aleatória que possui as seguintes características [33]:

- (i) Gaussiana complexa;
- (ii) média nula;
- (iii) branca;
- (iv) estacionária no sentido amplo.

Dessa forma, a extensão do teorema de Bussgang, apresentada na Seção 2.3, pode ser aplicada para modelar as distorções não lineares provocadas pelos PAs. Contudo, diferentemente da OFDM convencional, o sinal ESIM-OFDM no domínio da frequência contém

tanto símbolos QAM como elementos nulos. Conseqüentemente, a princípio, não há garantia de que o sinal no domínio do tempo obedeça às quatro condições supracitadas. Portanto, faz-se necessária uma análise do sinal para que a extensão teorema de Bussgang possa ser utilizada. Nesta seção, essa análise é realizada. Será demonstrado que, quando o valor de N_s é suficientemente grande, o vetor de símbolos no domínio do tempo, proveniente da modulação ESIM-OFDM, também satisfaz as quatro condições necessárias para a aplicação do teorema. Para a realização da análise será considerado o modelo de sistema proposto na Seção 3.1.

Quanto à condição (i), de gaussianidade, se o número de subportadoras ativas $N_s/2$ é suficientemente grande, o Teorema do Limite central pode ser usado para modelar o sinal no domínio tempo da técnica ESIM-OFDM como uma variável aleatória Gaussiana complexa. Quanto a condição (ii), de média nula, é fácil perceber que, desde que $\tilde{s}'(n)$, definido em (11), tenha média nula, $s(n)$ também terá média nula. Ademais, define-se $R_{s(k)s(k')}$ como sendo a correlação entre $s(k)$ e $s(k')$, com k e k' variando de 1 a N_s . Vale ressaltar que quando $k = k'$, $R_{s(k)s(k')}$ é igual à variância de $s(k)$, denotada por $\sigma_{s(k)}^2$. Então, para que as condições (iii) e (iv) sejam verificadas, os dois seguintes critérios precisam ser atendidos:

1. $\forall k = k'$ as correlações precisam ser iguais;
2. $\forall k \neq k'$ as correlações precisam ser nulas.

• Demonstração do Critério 1

Para demonstrar que as correlações são iguais quando $k = k'$, calcula-se a variância $\sigma_{s(k)}^2$. Como foi mostrado, a média de \mathbf{s} é nula, logo sua variância pode ser obtida por:

$$\begin{aligned} \sigma_{s(k)}^2 &= \frac{1}{N_s} E \left[\left| \sum_{n=0}^{N_s-1} \tilde{s}(n) e^{j \frac{2\pi}{N_s} nk} \right|^2 \right] \\ &= \frac{1}{N_s} \sum_{n=0}^{N_s-1} \sum_{n'=0}^{N_s-1} e^{j \frac{2\pi}{N_s} nk} e^{-j \frac{2\pi}{N_s} n'k} E[\tilde{s}(n) \tilde{s}^*(n')]. \end{aligned} \quad (15)$$

Quando $n \neq n'$, $E[\tilde{s}(n) \tilde{s}^*(n')] = 0$, assim (15) resume-se a:

$$\sigma_{s(k)}^2 = \frac{1}{N_s} \sum_{n=0}^{N_s-1} \sigma_{\tilde{s}(n)}^2, \quad (16)$$

em que $\sigma_{\tilde{s}(n)}^2$ é a variância individual de cada elemento de $\tilde{\mathbf{s}}$.

Percebe-se claramente que $\sigma_{s(k)}^2$ consiste da média das variâncias dos símbolos

no domínio da frequência. Dessa forma, considerando que apenas metade das subportadoras são energizadas, obtém-se:

$$\sigma_{s(k)}^2 = \frac{1}{N_s} \frac{N_s}{2} P_s = \frac{P_s}{2} \quad (17)$$

Portando, conclui-se que \mathbf{s} satisfaz ao primeiro critério.

• Demonstração do Critério 2

Para demonstrar que \mathbf{s} também satisfaz o segundo critério, calcula-se a correlação dos símbolos $s(k)$ e $s(k')$ quando $k \neq k'$, como se segue:

$$\begin{aligned} R_{s(k)s(k')} &= \frac{1}{N_s} E \left[\sum_{n=0}^{N_s-1} \tilde{s}(n) e^{j \frac{2\pi}{N_s} nk} \sum_{n'=0}^{N_s-1} \tilde{s}^*(n') e^{-j \frac{2\pi}{N_s} n'k'} \right] \\ &= \frac{1}{N_s} \sum_{n=0}^{N_s-1} e^{j \frac{2\pi}{N_s} n(k-k')} \sigma_{\tilde{s}(n)}^2, \end{aligned} \quad (18)$$

com $1 \leq k \leq N_s$, $1 \leq k' \leq N_s$ e $k \neq k'$. Em que $\sigma_{\tilde{s}(n)}^2$ pode assumir valores P_s ou 0, dependendo do estado da subportadora. O somatório de (18) pode ser reescrito em dois termos, um termo para $n = 2m - 1$, representando os valores ímpares, e o outro para $n = 2m$ representando os valores pares, com $1 \leq m \leq \frac{N_s}{2}$, resultando em:

$$R_{s(k)s(k')} = \frac{1}{N_s} \sum_{m=1}^{N_s/2} \left[e^{j \frac{2\pi}{N_s} 2m(k-k')} e^{-j \frac{2\pi}{N_s} (k-k')} \sigma_{\tilde{s}(2m-1)}^2 + e^{j \frac{2\pi}{N_s} 2m(k-k')} \sigma_{\tilde{s}(2m)}^2 \right]. \quad (19)$$

Dado que em um par de subportadoras apenas uma delas é ativa, se $\sigma_{\tilde{s}(2m-1)}^2 = P_s$, implica que $\sigma_{\tilde{s}(2m)}^2 = 0$ e se $\sigma_{\tilde{s}(2m-1)}^2 = 0$, implica que $\sigma_{\tilde{s}(2m)}^2 = P_s$. Assim, (19) é reescrita como:

$$R_{s(k)s(k')} = \frac{P_s}{N_s} \sum_{m=1}^{N_s/2} \xi(m) e^{j \frac{2\pi}{N_s/2} m(k-k')}, \quad (20)$$

em que $\xi(m)$ é uma variável aleatória binária equiprovável que pode assumir valores 1 ou $e^{-j \frac{2\pi}{N_s} (k-k')}$. Portanto, $R_{s(k)s(k')}$ também será tratada como uma variável aleatória.

Calcula-se agora a esperança de $R_{s(k)s(k')}$. Fazendo com que $\bar{\xi}$ seja o valor médio de $\xi(m)$, obtém-se:

$$\begin{aligned} E[R_{s(k)s(k')}] &= \frac{P_s}{N_s} \sum_{m=1}^{N_s/2} \bar{\xi} e^{j \frac{2\pi}{N_s/2} m(k-k')} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (21)$$

Como último passo, calcula-se a variância de $R_{s(k)s(k')}$:

$$E[|R_{s(k)s(k')}|^2] = \frac{P_s^2}{N_s^2} \sum_{m=1}^{N_s/2} \sum_{m'=1}^{N_s/2} E[\xi(m)\xi^{t*}(m)] e^{j\frac{2\pi}{N_s/2}(m-m')(k-k')}. \quad (22)$$

Para $m \neq m'$, $\xi(m)$ e $\xi'(m)$ são independentes, assim $E[\xi(m)\xi^{t*}(m)] = E[\xi(m)]E[\xi^{t*}(m)] = \bar{\xi}^2$. Para $m = m'$, $\xi(m)$ e $\xi'(m)$ são iguais, dessa forma $E[\xi(m)\xi^{t*}(m)] = E[\xi(m)\xi^*(m)] = \sigma_\xi^2$. (22) é então reescrita como:

$$E[|R_{s(k)s(k')}|^2] = \Psi + \Omega, \quad (23)$$

em que Ψ e Ω são dados por:

$$\Psi = \frac{P_s^2 \bar{\xi}^2}{N_s^2} \sum_{m=1}^{N_s/2} e^{j\frac{2\pi}{N_s/2}m(k-k')} \sum_{m'=1}^{N_s/2} e^{-j\frac{2\pi}{N_s/2}m'(k-k')}, \quad (24)$$

$$\Omega = \frac{P_s^2}{N_s^2} \sum_{m=1}^{N_s/2} \sigma_\xi^2 = \frac{P_s^2 N_s}{N_s^2} \sigma_\xi^2 = \frac{P_s^2}{N_s} \sigma_\xi^2. \quad (25)$$

Os somatórios em (24) são somas de progressões geométricas finitas que resultam zero. Dessa forma, (23) resume-se a:

$$E[|R_{s(k)s(k')}|^2] = \frac{P_s^2}{N_s} \sigma_\xi^2. \quad (26)$$

De forma clara, percebe-se que quando $N_s \rightarrow \infty$, $E[|R_{s(k)s(k')}|^2] \rightarrow 0$. Ou seja, a correlação possui média nula e variância que tende a zero, o que significa que a correlação tende a ser nula quando N_s cresce. Assim, para N_s suficientemente grande, o vetor de símbolos \mathbf{s} atende ao segundo critério. Portanto, pode-se concluir que, para altos valores de N_s , \mathbf{s} é branco e estacionário, o que satisfaz as condições (iii) e (iv). Dessa forma, demonstra-se que a extensão do teorema de Bussgang também é válida para modelar as distorções não lineares na técnica ESIM-OFDM.

3.3 Probabilidade de Erro de Bit para a ESIM-OFDM sob os Efeitos de Distorções Não Lineares em Canal AWGN

Nesta seção será desenvolvida uma expressão fechada de BEP para a ESIM-OFDM, considerando um caso particular do modelo de sistema proposto, em que é assumido somente a presença de ruído AWGN, sem desvanecimento. Com base nos resultados obtidos na seção anterior, a extensão do teorema de Bussgang será utilizada para modelar as distorções não lineares ocasionadas pelo PA considerado. Assim, utilizando (5), o sinal

de saída do PA pode ser expresso por:

$$s^{pa}(n) = k_o s(n) + d(n), \quad (27)$$

em que $d(n)$ é a distorção não linear no domínio do tempo descorrelacionada de $s(n)$, com variância σ_d^2 , e k_o é uma constante. No domínio da frequência, (27) é reescrita como:

$$\tilde{s}^{pa}(n) = k_o \tilde{s}(n) + \tilde{d}(n), \quad (28)$$

para $0 \leq n \leq (N_s - 1)$, em que $\tilde{s}^{pa}(n)$, $\tilde{s}(n)$ e $\tilde{d}(n)$ são as DFTs de $s^{pa}(k)$, $s(n)$ e $d(n)$, respectivamente. Pode ser demonstrado que $\tilde{d}(n)$ também é uma variável aleatória Gaussiana complexa branca. Sendo assim, o PA pode ser visto como mais um canal AWGN. Dessa forma, considerando um canal sem desvanecimento, pode-se reescrever o sinal recebido no domínio da frequência, expresso em (14), como:

$$\tilde{z}(n) = k_o \tilde{s}(n) + \tilde{d}(n) + \tilde{w}(n). \quad (29)$$

Logo, pode-se afirmar que cada par de subportadoras será corrompido tanto pelo ruído AWGN como pela distorção não linear, que como dito anteriormente, pode ser vista como um segundo ruído AWGN. Note que até mesmo as subportadoras inativas serão corrompidas pela distorção não linear. Isso possibilita utilizar uma estratégia semelhante à de [6] para se obter a expressão de BEP levando em consideração os efeitos das distorções não lineares. Como cada par de subportadoras se comporta de forma independente, a BEP geral do sistemas será dada através da análise de apenas uma par, sem perda de generalidade.

Calcula-se a probabilidade condicional de se detectar corretamente a subportadora inativa do par, lembrando que a subportadora ativa é determinada pela máxima potência do par recebido. Então, define-se κ como sendo uma variável que recebe 1 se a detecção for realizada corretamente, ou 0 caso contrário. Seja $\tilde{z}(n) = x + jy$ a representação complexa do símbolo recebido na subportadora ativa de um dado par. Por questões de simplicidade, o índice n é omitido nas partes real e imaginária, x e y , de $\tilde{z}(n)$. Assim, fazendo com que a região de detecção correta ($\kappa = 1$) da subportadora inativa seja a superfície delimitada pela circunferência de raio $|\tilde{z}(n)|$ centrada em zero, a probabilidade de se detectar corretamente a subportadora inativa no par, dado que $\tilde{z}(n)$ foi recebido, será dada pela integral de superfície da distribuição Gaussiana sobre a região de detecção, como se segue:

$$P(\kappa = 1|\tilde{z}(n)) = \int_{-\sqrt{|\tilde{z}(n)|^2}}^{\sqrt{|\tilde{z}(n)|^2}} \int_{-\sqrt{|\tilde{z}(n)|^2 - v^2}}^{\sqrt{|\tilde{z}(n)|^2 - v^2}} \frac{1}{\pi(\sigma_w^2 + \sigma_d^2)} e^{-\frac{u^2 + v^2}{(\sigma_w^2 + \sigma_d^2)}} dudv. \quad (30)$$

Fazendo uma mudança de variáveis para coordenadas polares e utilizando alguns resulta-

dos de [36], obtém-se:

$$\begin{aligned}
P(\kappa = 1|\tilde{z}(n)) &= \int_0^{2\pi} \int_0^{|\tilde{z}(n)|} \frac{1}{\pi(\sigma_w^2 + \sigma_d^2)} e^{-\frac{r^2}{(\sigma_w^2 + \sigma_d^2)}} r dr d\phi \\
&= \frac{2\pi}{\pi(\sigma_w^2 + \sigma_d^2)} \int_0^{|\tilde{z}(n)|} r e^{-\frac{r^2}{(\sigma_w^2 + \sigma_d^2)}} dr \\
&= -\frac{2}{(\sigma_w^2 + \sigma_d^2)} \frac{(\sigma_w^2 + \sigma_d^2)}{2} e^{-\frac{r^2}{(\sigma_w^2 + \sigma_d^2)}} \Big|_0^{|\tilde{z}(n)|} \\
&= 1 - e^{-\frac{|\tilde{z}(n)|^2}{(\sigma_w^2 + \sigma_d^2)}}.
\end{aligned} \tag{31}$$

Define-se $\mu(l)$, como sendo o l -ésimo símbolo da constelação QAM, para $l = 1, 2, \dots, M$. Dado que os símbolos QAM são uniformemente distribuídos, a probabilidade de que $\mu(l)$ tenha sido transmitido é a mesma para todos os M símbolos. Dessa forma, a função densidade de probabilidade (PDF, do inglês *Probability Density Function*) de $\tilde{z}(n)$ será dada pela média das PDFs das distribuições Gaussianas, centradas em cada um dos M símbolos, dada por:

$$\rho(\tilde{z}(n)) = \frac{1}{M} \sum_{l=1}^M \frac{e^{-[(x - \Re\{k_o\mu(l)\})^2 + (y - \Im\{k_o\mu(l)\})^2]/(\sigma_d^2 + \sigma_w^2)}}{\pi(\sigma_w^2 + \sigma_d^2)}, \tag{32}$$

em que $\Re\{\mu(l)\}$ e $\Im\{\mu(l)\}$ são as partes reais e imaginárias de $\mu(l)$, respectivamente. Pode-se, assim, obter a probabilidade não condicional de se detectar corretamente o par de subportadoras, como se segue:

$$\begin{aligned}
P(\kappa = 1) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(\kappa = 1|\tilde{z}(n)) \rho(\tilde{z}(n)) dx dy, \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(1 - e^{-\frac{|x+iy|^2}{\sigma_w^2 + \sigma_d^2}}\right) \frac{1}{M} \sum_{l=1}^M \frac{e^{-[(x - \Re\{k_o\mu(l)\})^2 + (y - \Im\{k_o\mu(l)\})^2]/(\sigma_d^2 + \sigma_w^2)}}{\pi(\sigma_w^2 + \sigma_d^2)} dx dy \\
&= \frac{1}{M} \sum_{l=1}^M \frac{1}{\pi(\sigma_d^2 + \sigma_w^2)} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(e^{-\frac{(x - \Re\{k_o\mu(l)\})^2 + (y - \Im\{k_o\mu(l)\})^2}{(\sigma_d^2 + \sigma_w^2)}} \right) dx dy \right. \\
&\quad \left. - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(e^{-\frac{|x+iy|^2}{(\sigma_d^2 + \sigma_w^2)}} e^{-\frac{(x - \Re\{k_o\mu(l)\})^2 + (y - \Im\{k_o\mu(l)\})^2}{(\sigma_d^2 + \sigma_w^2)}} \right) dx dy \right] \\
&= \frac{1}{M} \sum_{l=1}^M \frac{1}{\pi(\sigma_d^2 + \sigma_w^2)} (I_1 - I_2)
\end{aligned} \tag{33}$$

Em que I_1 e I_2 são dados por:

$$\begin{aligned}
I_1 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-\Re\{k_o\mu(l)\})^2+(y-\Im\{k_o\mu(l)\})^2}{(\sigma_d^2+\sigma_w^2)}} dx dy \\
&= e^{-\frac{|k_o\mu(l)|^2}{(\sigma_d^2+\sigma_w^2)}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{(\sigma_d^2+\sigma_w^2)}} e^{\frac{2x\Re\{k_o\mu(l)\}}{(\sigma_d^2+\sigma_w^2)}} dx \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{(\sigma_d^2+\sigma_w^2)}} e^{\frac{2y\Im\{k_o\mu(l)\}}{(\sigma_d^2+\sigma_w^2)}} dy \\
&= e^{-\frac{|k_o\mu(l)|^2}{(\sigma_d^2+\sigma_w^2)}} \left(\sqrt{\pi(\sigma_d^2+\sigma_w^2)} e^{\frac{\Re\{k_o\mu(l)\}^2(\sigma_d^2+\sigma_w^2)}{(\sigma_d^2+\sigma_w^2)^2}} \right) \left(\sqrt{\pi(\sigma_d^2+\sigma_w^2)} e^{\frac{\Im\{k_o\mu(l)\}^2(\sigma_d^2+\sigma_w^2)}{(\sigma_d^2+\sigma_w^2)^2}} \right) \\
&= e^{-\frac{|k_o\mu(l)|^2}{(\sigma_d^2+\sigma_w^2)}} e^{\frac{|k_o\mu(l)|^2}{(\sigma_d^2+\sigma_w^2)}} \left(\sqrt{\pi(\sigma_d^2+\sigma_w^2)} \right)^2 \\
&= \pi(\sigma_d^2+\sigma_w^2)
\end{aligned} \tag{34}$$

$$\begin{aligned}
I_2 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{|x+jy|^2}{(\sigma_d^2+\sigma_w^2)}} e^{-\frac{(x-\Re\{k_o\mu(l)\})^2+(y-\Im\{k_o\mu(l)\})^2}{(\sigma_d^2+\sigma_w^2)}} dx dy \\
&= e^{-\frac{|k_o\mu(l)|^2}{(\sigma_d^2+\sigma_w^2)}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{2x^2}{(\sigma_d^2+\sigma_w^2)}} e^{\frac{2x\Re\{k_o\mu(l)\}}{(\sigma_d^2+\sigma_w^2)}} dx \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{2y^2}{(\sigma_d^2+\sigma_w^2)}} e^{\frac{2y\Im\{k_o\mu(l)\}}{(\sigma_d^2+\sigma_w^2)}} dy \\
&= e^{-\frac{|k_o\mu(l)|^2}{(\sigma_d^2+\sigma_w^2)}} \left(\sqrt{\frac{\pi(\sigma_d^2+\sigma_w^2)}{2}} e^{\frac{\Re\{k_o\mu(l)\}^2(\sigma_d^2+\sigma_w^2)}{2(\sigma_d^2+\sigma_w^2)^2}} \right) \left(\sqrt{\frac{\pi(\sigma_d^2+\sigma_w^2)}{2}} e^{\frac{\Im\{k_o\mu(l)\}^2(\sigma_d^2+\sigma_w^2)}{2(\sigma_d^2+\sigma_w^2)^2}} \right) \\
&= \frac{\pi(\sigma_d^2+\sigma_w^2)}{2} e^{-\frac{|k_o\mu(l)|^2}{2(\sigma_d^2+\sigma_w^2)}}.
\end{aligned} \tag{35}$$

Substituindo (34) e (35) em (33), obtém-se:

$$\begin{aligned}
P(\kappa = 1) &= \frac{1}{M} \sum_{l=1}^M \frac{1}{\pi(\sigma_d^2+\sigma_w^2)} \left(\pi(\sigma_d^2+\sigma_w^2) - \frac{\pi(\sigma_d^2+\sigma_w^2)}{2} e^{-\frac{|k_o\mu(l)|^2}{2(\sigma_d^2+\sigma_w^2)}} \right) \\
&= \frac{1}{M} \sum_{l=1}^M \left(1 - \frac{1}{2} e^{-\frac{|k_o\mu(l)|^2}{2(\sigma_d^2+\sigma_w^2)}} \right) \\
&= 1 - \frac{1}{2M} \sum_{l=1}^M e^{-\frac{k_o^2|\mu(l)|^2}{2(\sigma_d^2+\sigma_w^2)}}
\end{aligned} \tag{36}$$

Logo, a probabilidade não condicional de haver erro na detecção será obtida pelo complemento de (36), dada por $1 - P(\kappa = 1)$, o que resulta:

$$P(\kappa = 0) = \frac{1}{2M} \sum_{l=1}^M e^{-\frac{k_o^2|\mu(l)|^2}{2(\sigma_d^2+\sigma_w^2)}}. \tag{37}$$

Como mostrado em [6], a expressão de BEP para a ESIM-OFDM é composta pela soma de duas contribuições: pela BEP da porção de informação modulada nos índices das subportadoras, equivalente a $1/(\log_2(M) + 1)$ dos bits enviados, que será denotada

por P_b^{IM} , e pela BEP da porção transmitida através da modulação QAM, representada por P_b^{QAM} . Como uma detecção errada das subportadoras também ocasiona erros na demodulação QAM, a porção P_b^{QAM} , além do erro dos dados modulados nos símbolos QAM, também terá contribuição de P_b^{IM} . A informação modulada nos símbolos QAM equivale à fração de $\log_2(M)/(\log_2(M) + 1)$ de todos os bits. Dessa forma, obtêm-se:

$$\begin{aligned} P_b^{IM} &= \frac{1}{\log_2(M) + 1} \times P(\kappa = 0) \\ &= \frac{1}{\log_2(M) + 1} \times \frac{1}{2M} \sum_{l=1}^M e^{-\frac{k_o^2 |\mu(l)|^2}{2(\sigma_d^2 + \sigma_w^2)}} \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} P_b^{QAM} &= P_b^{IM} + \frac{\log_2(M)}{\log_2(M) + 1} \times P(\kappa = 1) \times P_b^{AWGN} \\ &= P_b^{IM} + \frac{\log_2(M)}{\log_2(M) + 1} \times \left(1 - \frac{1}{2M} \sum_{l=1}^M e^{-\frac{k_o^2 |\mu(l)|^2}{2(\sigma_d^2 + \sigma_w^2)}} \right) \times P_b^{AWGN}, \end{aligned} \quad (39)$$

em que P_b^{AWGN} é a expressão de BEP para a OFDM convencional utilizando modulação QAM na presença de AWGN, definida em [37]. Logo, para um cenário com distorção não linear e presença de ruído AWGN, a expressão completa para a BEP do sistema ESIM-OFDM pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} P_b^{ESIM} &= P_b^{IM} + P_b^{QAM} \\ &= \frac{2}{\log_2(M) + 1} \times P(\kappa = 0) + \frac{\log_2(M)}{\log_2(M) + 1} \times P(\kappa = 1) \times P_b^{AWGN} \\ &= \frac{1}{\log_2(M) + 1} \times \frac{1}{M} \sum_{l=1}^M e^{-\frac{k_o^2 |\mu(l)|^2}{2(\sigma_d^2 + \sigma_w^2)}} \\ &\quad + \frac{\log_2(M)}{\log_2(M) + 1} \times \left(1 - \frac{1}{2M} \sum_{l=1}^M e^{-\frac{k_o^2 |\mu(l)|^2}{2(\sigma_d^2 + \sigma_w^2)}} \right) \times P_b^{AWGN}. \end{aligned} \quad (40)$$

3.4 Generalização para Canal Seletivo em Frequência

Nesta seção, o desenvolvimento realizado anteriormente será generalizado para um cenário com canal seletivo em frequência com desvanecimento Rayleigh, considerando o modelo de sistema apresentado na Seção 3.1. De maneira semelhante ao que foi realizado na Seção 3.3, a extensão do Teorema de Bussgang também será utilizada para modelar os efeitos das distorções não lineares introduzidas pelo PA.

Como foi mostrado, a expressão completa de BEP para o sistema ESIM-OFDM, dada em (40), também depende da expressão de BEP da OFDM convencional. Assim, como primeiro passo da generalização, essa expressão será calculada. É mostrado em [38, 39] que a Probabilidade de Erro de Símbolo (SEP, do inglês *Symbol Error Probabi-*

lity) pode ser obtida a partir da probabilidade de *outage* do sistema. Em [36], demonstra-se que a BEP pode ser aproximada a partir da SEP, como se segue: $P_b = \frac{P_s}{\log_2(M)}$, em que P_b representa a BEP e P_s a SEP. Portanto, a BEP para a OFDM convencional pode ser obtida por:

$$P_b^{OFDM} = \frac{1}{\log_2(M)} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-b\gamma_{th}}}{\sqrt{\gamma_{th}}} P_{out}(\gamma_{th}) d\gamma_{th}, \quad (41)$$

em que P_{out} representa a probabilidade de *outage*, γ_{th} é o limiar de *outage*, a e b são constantes que dependem da modulação utilizada. Para a modulação QAM, tais constantes são dadas por $a = 2(1 - \frac{1}{\sqrt{M}})$ e $b = \frac{3}{2(M-1)}$. Dessa forma, a seguir, será calculada a probabilidade de *outage* para a OFDM convencional, considerando distorções não lineares e canal seletivo em frequência.

3.4.1 Probabilidade de *Outage* para a OFDM Convencional sob os Efeitos de Distorções Não Lineares em Canal Rayleigh

Combinando (5) e (14), o sinal recebido, no domínio da frequência, pode ser expresso por:

$$\begin{aligned} \tilde{z}(n) &= \tilde{h}(n)\tilde{s}^{pa}(n) + \tilde{w}(n) \\ &= \tilde{h}(n)k_o\tilde{s}(n) + \tilde{h}(n)\tilde{d}(n) + \tilde{w}(n). \end{aligned} \quad (42)$$

Nota-se que o sinal recebido é composto pela soma de três termos: um termo contendo o sinal útil, um termo com a distorção não linear e outro contendo somente ruído AWGN. Assim, a SNR instantânea total do sistema pode ser definida por:

$$\gamma(n) = \frac{|\tilde{h}(n)|^2 |k_o|^2 P_s}{|\tilde{h}(n)|^2 \sigma_d^2 + \sigma_w^2}, \quad (43)$$

Foi mostrado em [40] que, para este caso, não existe uma solução analítica fechada para a probabilidade de *outage* exata do sistema. Sendo assim, a probabilidade de *outage* será aproximada pelo limitante superior, estratégia adotada em vários trabalhos anteriores [38, 40, 41, 42, 43]. À vista disso, (43) é reescrita como:

$$\gamma(n) = \frac{1}{\frac{\sigma_d^2}{|k_o|^2 P_s} + \frac{\sigma_w^2}{|\tilde{h}(n)|^2 |k_o|^2 P_s}}. \quad (44)$$

Desse modo, o sistema pode ser visto como dois *links* em série e a SNR total pode ser redefinida com base em duas componentes: a componente do *link* sem fio, definida por $\gamma_{WL}(n) = \frac{|\tilde{h}(n)|^2 |k_o|^2 P_s}{\sigma_w^2}$, e a componente do *link* que representa o PA, definida por

$\gamma_{\text{PA}}(n) = \frac{|k_o|^2 P_s}{\sigma_d^2}$. Pode-se, assim, reescrever (44) como [38]:

$$\gamma(n) = \frac{1}{\frac{1}{\gamma_{\text{PA}}(n)} + \frac{1}{\gamma_{\text{WL}}(n)}} \cong \min(\gamma_{\text{WL}}(n), \gamma_{\text{PA}}(n)). \quad (45)$$

Logo, a probabilidade de *outage* será dada por:

$$\begin{aligned} P_{\text{out}}(\gamma_{th}) &= P[\gamma(n) \leq \gamma_{th}] \\ &\cong P[\min(\gamma_{\text{WL}}(n), \gamma_{\text{PA}}(n)) \leq \gamma_{th}] \\ &\cong 1 - P[\min(\gamma_{\text{WL}}(n), \gamma_{\text{PA}}(n)) \geq \gamma_{th}] \\ &\cong 1 - P[\gamma_{\text{WL}}(n) \geq \gamma_{th}] \cdot P[\gamma_{\text{PA}}(n) \geq \gamma_{th}] \\ &\cong 1 - (1 - P[\gamma_{\text{WL}}(n) \leq \gamma_{th}]) \cdot (1 - P[\gamma_{\text{PA}}(n) \leq \gamma_{th}]). \end{aligned} \quad (46)$$

Verifica-se que $P[\gamma_{\text{WL}}(n) \leq \gamma_{th}]$ e $P[\gamma_{\text{PA}}(n) \leq \gamma_{th}]$ consistem das CDFs (*Cumulative Density Function*) de $\gamma_{\text{WL}}(n)$ e $\gamma_{\text{PA}}(n)$, respectivamente. Portanto, obtém-se:

$$\begin{aligned} P_{\text{out}}(\gamma_{th}) &\cong 1 - (1 - F_{\gamma_{\text{WL}}}(\gamma_{th}))(1 - F_{\gamma_{\text{PA}}}(\gamma_{th})) \\ &\cong F_{\gamma_{\text{WL}}}(\gamma_{th}) + F_{\gamma_{\text{PA}}}(\gamma_{th}) - F_{\gamma_{\text{WL}}}(\gamma_{th})F_{\gamma_{\text{PA}}}(\gamma_{th}). \end{aligned} \quad (47)$$

Como $\tilde{h}(n)$ possui distribuição Rayleigh, a SNR instantânea do *link* sem fio, $\gamma_{\text{WL}}(n)$, é exponencialmente distribuída e, dessa maneira, sua CDF é dada por $F_{\gamma_{\text{WL}}}(\gamma_{th}) = 1 - e^{-\frac{\gamma_{th}}{\tilde{\gamma}_{\text{WL}}}}$. Para o *link* do PA, se sua SNR for considerada como sendo fixa, pode ser assumido que $\gamma_{\text{PA}}(n) = \bar{\gamma}_{\text{PA}}$, ou seja, que a SNR instantânea é igual à sua SNR média. Consequentemente, pode-se considerar que esta é uma variável aleatória com CDF dada por $F_{\gamma_{\text{PA}}} = u(\gamma_{th} - \bar{\gamma}_{\text{PA}}) = 1 - u(\bar{\gamma}_{\text{PA}} - \gamma_{th})$, em que $u(\cdot)$ representa a função degrau. Desse modo, a partir de (47), obtém-se o resultado desejado:

$$\begin{aligned} P_{\text{out}}(\gamma_{th}) &\cong \left(1 - e^{-\frac{\gamma_{th}}{\tilde{\gamma}_{\text{WL}}}}\right) + (1 - u(\bar{\gamma}_{\text{PA}} - \gamma_{th})) - \left(1 - e^{-\frac{\gamma_{th}}{\tilde{\gamma}_{\text{WL}}}}\right) (1 - u(\bar{\gamma}_{\text{PA}} - \gamma_{th})) \\ &\cong 1 - \left(e^{-\frac{\gamma_{th}}{\tilde{\gamma}_{\text{WL}}}} u(\bar{\gamma}_{\text{PA}} - \gamma_{th})\right). \end{aligned} \quad (48)$$

3.4.2 Probabilidade de Erro de Bit para a OFDM Convencional sob os Efeitos de Distorções Não Lineares em Canal Rayleigh

Uma vez que a probabilidade de *outage* foi calculada, agora é possível obter a expressão de BEP para a OFDM convencional no cenário com distorções não lineares e

canal Rayleigh. Assim, substituindo (48) em (41), obtém-se:

$$\begin{aligned}
P_b^{OFDM} &= \frac{1}{\log_2(M)} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-b\gamma_{th}}}{\sqrt{\gamma_{th}}} P_{out}(\gamma_{th}) d\gamma_{th} \\
&= \frac{1}{\log_2(M)} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-b\gamma_{th}}}{\sqrt{\gamma_{th}}} \left(1 - \left(e^{-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{WL}}} u(\bar{\gamma}_{PA} - \gamma_{th}) \right) \right) d\gamma_{th} \\
&= \frac{1}{\log_2(M)} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \left[\int_0^\infty \frac{e^{-b\gamma_{th}}}{\sqrt{\gamma_{th}}} d\gamma_{th} - \int_0^\infty \frac{e^{-\gamma_{th}(b + \frac{1}{\bar{\gamma}_{WL}})}}{\sqrt{\gamma_{th}}} u(\bar{\gamma}_{PA} - \gamma_{th}) d\gamma_{th} \right] \\
&= \frac{1}{\log_2(M)} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} (I_3 - I_4). \tag{49}
\end{aligned}$$

Em que I_3 e I_4 são dadas por:

$$\begin{aligned}
I_3 &= \int_0^\infty \frac{e^{-b\gamma_{th}}}{\sqrt{\gamma_{th}}} d\gamma_{th} \\
&= \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{b}} \tag{50}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_4 &= \int_0^\infty \frac{e^{-\gamma_{th}(b + \frac{1}{\bar{\gamma}_{WL}})}}{\sqrt{\gamma_{th}}} u(\bar{\gamma}_{PA} - \gamma_{th}) d\gamma_{th} \\
&= \int_0^{\bar{\gamma}_{PA}} \frac{e^{-\gamma_{th}(b + \frac{1}{\bar{\gamma}_{WL}})}}{\sqrt{\gamma_{th}}} d\gamma_{th} \\
&= \frac{\sqrt{\pi} \sqrt{\bar{\gamma}_{WL}} \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{\gamma_{th}} \sqrt{b\bar{\gamma}_{WL} + 1}}{\sqrt{\bar{\gamma}_{WL}}} \right) \Big|_0^{\bar{\gamma}_{PA}}}{\sqrt{b\bar{\gamma}_{WL} + 1}} \\
&= \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf} \left(\sqrt{\gamma_{PA}} \sqrt{b + \frac{1}{\bar{\gamma}_{WL}}} \right)}{\sqrt{b + \frac{1}{\bar{\gamma}_{WL}}}}, \tag{51}
\end{aligned}$$

com $\operatorname{erf}(\cdot)$ representando a Função de Erro, definida por $\operatorname{erf}(x) = 1 - \operatorname{erfc}(x)$.

Dessa forma, substituindo (50) e (51) em (49), obtém-se a expressão fechada de BEP para a OFDM convencional, considerando distorções não lineares e canal seletivo em frequência com desvanecimento Rayleigh, como se segue:

$$\begin{aligned}
P_b^{OFDM} &= \frac{1}{\log_2(M)} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf} \left(\sqrt{\gamma_{PA}} \sqrt{b + \frac{1}{\bar{\gamma}_{WL}}} \right)}{\sqrt{b + \frac{1}{\bar{\gamma}_{WL}}}} \right) \\
&= \frac{a}{\log_2(M)} \left[1 - \sqrt{\frac{b}{b + \frac{1}{\bar{\gamma}_{WL}}}} \operatorname{erf} \left(\sqrt{\gamma_{PA}} \sqrt{b + \frac{1}{\bar{\gamma}_{WL}}} \right) \right]. \tag{52}
\end{aligned}$$

3.4.3 Probabilidade de Erro de Bit para a ESIM-OFDM sob os Efeitos de Distorções Não Lineares em Canal Rayleigh

Dando continuidade, nesta seção será desenvolvida a última etapa para que se obtenha a expressão de BEP para a técnica ESIM-OFDM em canal seletivo em frequência com desvanecimento Rayleigh. Inicialmente, o canal será considerado fixo, para que assim seja possível adotar a mesma estratégia utilizada na Seção 3.3. Após a realização do desenvolvimento inicial, o canal passará a ser considerado seletivo em frequência, e dessa maneira, uma expressão média de BEP será calculada, considerando a distribuição estatística dos coeficientes do canal.

A seguir, a probabilidade condicional de detecção correta de uma subportadora inativa será calculada. É fácil visualizar que o sinal recebido será corrompido pela distorção não linear e pelo ruído AWGN, além de ser atenuado pelos coeficientes do canal, tanto nas subportadoras ativas quanto nas inativas. Mais precisamente, o sinal recebido nas subportadoras ativas será $\tilde{z}(n) = \tilde{h}(n)k_o\tilde{s}(n) + \tilde{h}(n)\tilde{d}(n) + \tilde{w}(n)$, e nas subportadoras inativas será $\tilde{z}(n) = \tilde{h}(n)\tilde{d}(n) + \tilde{w}(n)$. Assim, de maneira similar ao desenvolvimento em (30) e (31), a probabilidade condicional de se detectar corretamente a subportadora inativa ($\kappa = 1$), supondo um canal fixo, será dada por:

$$\begin{aligned} P(\kappa = 1|\tilde{z}(n)) &= \int_{-\sqrt{|\tilde{z}(n)|^2}}^{\sqrt{|\tilde{z}(n)|^2}} \int_{-\sqrt{|\tilde{z}(n)|^2-v^2}}^{\sqrt{|\tilde{z}(n)|^2-v^2}} \frac{1}{\pi(\sigma_w^2 + |\tilde{h}(n)|^2\sigma_d^2)} e^{-\frac{u^2+v^2}{(\sigma_w^2 + |\tilde{h}(n)|^2\sigma_d^2)}} dudv \\ &= 1 - e^{-\frac{|\tilde{z}(n)|^2}{(\sigma_w^2 + |\tilde{h}(n)|^2\sigma_d^2)}}. \end{aligned} \quad (53)$$

Verifica-se que o resultado é bastante similar ao obtido em (35), diferindo apenas pelo coeficiente do canal, que agora está presente na equação. De fato, era evidente que o resultado seria parecido com o anterior, pois os efeitos do canal podem ser vistos como parte integrante de uma constante, o que não modifica a estrutura da equação inicial. Prosseguindo, a PDF de $\tilde{z}(n)$ também sofrerá influência do canal e, dessa forma, (32) pode ser reescrita como:

$$\rho(\tilde{z}(n)) = \frac{1}{M} \sum_{l=1}^M \frac{e^{-[(x-\Re\{\tilde{h}(n)k_o\mu(l)\})^2 + (y-\Im\{\tilde{h}(n)k_o\mu(l)\})^2]/(\sigma_w^2 + |\tilde{h}(n)|^2\sigma_d^2)}}}{\pi(\sigma_w^2 + |\tilde{h}(n)|^2\sigma_d^2)}, \quad (54)$$

Desse modo, a probabilidade não condicional de detecção correta para um canal fixo pode ser obtida da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
P(\kappa = 1) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(\kappa = 1 | \tilde{z}(n)) \rho(\tilde{z}(n)) dx dy, \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(1 - e^{-\frac{|\tilde{z}(n)|^2}{(\sigma_w^2 + |\tilde{h}(n)|^2 \sigma_d^2)}} \right) \frac{1}{M} \sum_{l=1}^M \frac{e^{-\frac{(x - \Re\{\tilde{h}(n)k_o\mu(l)\})^2 + (y - \Im\{\tilde{h}(n)k_o\mu(l)\})^2}{\sigma_w^2 + |\tilde{h}(n)|^2 \sigma_d^2}}}{\pi(\sigma_w^2 + |\tilde{h}(n)|^2 \sigma_d^2)} dx dy \\
&= \frac{1}{M} \sum_{l=1}^M \frac{1}{\pi(\sigma_w^2 + |\tilde{h}(n)|^2 \sigma_d^2)} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(e^{-\frac{(x - \Re\{\tilde{h}(n)k_o\mu(l)\})^2 + (y - \Im\{\tilde{h}(n)k_o\mu(l)\})^2}{\sigma_w^2 + |\tilde{h}(n)|^2 \sigma_d^2}} \right) dx dy \right. \\
&\quad \left. - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(e^{-\frac{|x+jy|^2}{\sigma_w^2 + |\tilde{h}(n)|^2 \sigma_d^2}} e^{-\frac{(x - \Re\{\tilde{h}(n)k_o\mu(l)\})^2 + (y - \Im\{\tilde{h}(n)k_o\mu(l)\})^2}{\sigma_w^2 + |\tilde{h}(n)|^2 \sigma_d^2}} \right) dx dy \right] \\
&= 1 - \frac{1}{2M} \sum_{l=1}^M e^{-\frac{|\tilde{h}(n)|^2 k_o^2 |\mu(l)|^2}{2(\sigma_w^2 + |\tilde{h}(n)|^2 \sigma_d^2)}} \tag{55}
\end{aligned}$$

A partir desse ponto, o canal será considerado uma variável aleatória, para que dessa forma, seja possível obter uma expressão média para a BEP do sistema ESIM-OFDM. Assim, a partir de (55), será calculada a probabilidade média de detecção correta, dada por $P_{\text{AVG}}(\kappa = 1) = E[P(\kappa = 1)]$. Para a continuação do desenvolvimento, por conveniência, define-se $\gamma_h = |\tilde{h}(n)|^2$. Dado que o canal possui desvanecimento Rayleigh, a PDF de γ_h será dada pela distribuição exponencial. Desse modo, obtém-se:

$$\begin{aligned}
P_{\text{AVG}}(\kappa = 1) &= \int_0^{\infty} P(\kappa = 1) \rho(\gamma_h) d\gamma_h \\
&= \frac{1}{\bar{\gamma}_h} \int_0^{\infty} \left[1 - \frac{1}{2M} \sum_{l=1}^M e^{-\frac{k_o^2 |\mu(l)|^2 \gamma_h}{2(\sigma_w^2 + \sigma_d^2 \gamma_h)}} \right] e^{-\frac{\gamma_h}{\bar{\gamma}_h}} d\gamma_h \\
&= \frac{1}{\bar{\gamma}_h} \left[\int_0^{\infty} e^{-\frac{\gamma_h}{\bar{\gamma}_h}} d\gamma_h - \int_0^{\infty} \frac{1}{2M} \sum_{l=1}^M e^{-\frac{\gamma_h}{\bar{\gamma}_h}} e^{-\frac{k_o^2 |\mu(l)|^2 \gamma_h}{2(\sigma_w^2 + \sigma_d^2 \gamma_h)}} d\gamma_h \right] \\
&= \frac{1}{\bar{\gamma}_h} (I_5 - I_6). \tag{56}
\end{aligned}$$

Em que I_5 e I_6 são dadas por:

$$\begin{aligned}
I_5 &= \int_0^{\infty} e^{-\frac{\gamma_h}{\bar{\gamma}_h}} d\gamma_h \\
&= \bar{\gamma}_h \tag{57}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_6 &= \int_0^\infty \frac{1}{2M} \sum_{l=1}^M e^{-\frac{\gamma_h}{\bar{\gamma}_h}} e^{-\frac{k_o^2 |\mu(l)|^2 \gamma_h}{2(\sigma_w^2 + \sigma_d^2 \gamma_h)}} d\gamma_h \\
&= \frac{1}{2M} \sum_{l=1}^M \int_0^\infty e^{-\frac{\gamma_h}{\bar{\gamma}_h}} e^{-\frac{k_o^2 |\mu(l)|^2 \gamma_h}{2(\sigma_w^2 + \sigma_d^2 \gamma_h)}} d\gamma_h \\
&= \frac{1}{2M} \sum_{l=1}^M \int_0^\infty e^{-\frac{\gamma_h}{\bar{\gamma}_h}} e^{-\left(\frac{k_o^2 |\mu(l)|^2}{2} \frac{\gamma_h}{\sigma_w^2 + \sigma_d^2 \gamma_h}\right)} d\gamma_h \\
&= \frac{1}{2M} \sum_{l=1}^M \int_0^\infty e^{-\frac{\gamma_h}{\bar{\gamma}_h}} e^{-\left(\frac{k_o^2 |\mu(l)|^2}{2\sigma_d^2} \frac{\gamma_h}{\frac{\sigma_w^2}{\sigma_d^2} + \gamma_h}\right)} d\gamma_h. \tag{58}
\end{aligned}$$

Definindo $\alpha = \frac{k_o^2 |\mu(l)|^2}{2\sigma_d^2}$ e $\beta = \frac{\sigma_w^2}{\sigma_d^2}$, (58) pode ser reescrita como:

$$I_6 = \frac{1}{2M} \sum_{l=1}^M \int_0^\infty e^{-\frac{\gamma_h}{\bar{\gamma}_h}} e^{-\frac{\alpha \gamma_h}{\beta + \gamma_h}} d\gamma_h. \tag{59}$$

Agora, fazendo uma mudança de variáveis, $\gamma' = \beta + \gamma_h \implies d\gamma' = d\gamma_h$, obtém-se:

$$\begin{aligned}
I_6 &= \frac{1}{2M} \sum_{l=1}^M \int_\beta^\infty e^{-\frac{(\gamma' - \beta)}{\bar{\gamma}_h}} e^{-\frac{\alpha(\gamma' - \beta)}{\gamma'}} d\gamma' \\
&= \frac{1}{2M} \sum_{l=1}^M \int_\beta^\infty e^{-\frac{\gamma'}{\bar{\gamma}_h}} e^{\frac{\beta}{\bar{\gamma}_h}} e^{-\frac{\alpha \gamma'}{\gamma'}} e^{\frac{\alpha \beta}{\gamma'}} d\gamma' \\
&= \frac{1}{2M} \sum_{l=1}^M e^{-(\alpha - \frac{\beta}{\bar{\gamma}_h})} \int_\beta^\infty e^{-\frac{\gamma'}{\bar{\gamma}_h}} e^{\frac{\alpha \beta}{\gamma'}} d\gamma' \\
&= \frac{1}{2M} \sum_{l=1}^M e^{-(\alpha - \frac{\beta}{\bar{\gamma}_h})} I_{\gamma'}. \tag{60}
\end{aligned}$$

Em que $I_{\gamma'}$ é dada por:

$$I_{\gamma'} = \int_\beta^\infty e^{-\frac{\gamma'}{\bar{\gamma}_h}} e^{\frac{\alpha \beta}{\gamma'}} d\gamma'. \tag{61}$$

A integral presente em (61) não possui uma solução analítica conhecida. À vista disso, para que o objetivo inicial seja cumprido, uma aproximação para essa equação será obtida. A estratégia adotada será manter a primeira exponencial de $I_{\gamma'}$ intacta e expandir a segunda exponencial em séries de potência, até a terceira ordem. Desse modo,

dando continuidade, define-se $\varphi = \frac{1}{\bar{\gamma}_h}$ e $\psi = \alpha\beta$, o que resulta em:

$$\begin{aligned}
I_{\gamma'} &= \int_{\beta}^{\infty} e^{-\varphi\gamma'} e^{\frac{\psi}{\gamma'}} d\gamma' \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \int_{\beta}^x e^{-\varphi\gamma'} \left(1 + \frac{\psi}{\gamma'} + \frac{\psi^2}{2\gamma'^2} + \frac{\psi^3}{6\gamma'^3} \right) d\gamma' \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\int_{\beta}^x e^{-\varphi\gamma'} d\gamma' + \psi \int_{\beta}^x \frac{e^{-\varphi\gamma'}}{\gamma'} d\gamma' + \frac{\psi^2}{2} \int_{\beta}^x \frac{e^{-\varphi\gamma'}}{\gamma'^2} d\gamma' + \frac{\psi^3}{6} \int_{\beta}^x \frac{e^{-\varphi\gamma'}}{\gamma'^3} d\gamma' \right] \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ \left[-\frac{e^{-a\gamma'}}{a} \right]_{\beta}^x + b [Ei(-a\gamma')]_{\beta}^x + \frac{b^2}{2} \left[-\frac{a\gamma' Ei(-a\gamma') + e^{-a\gamma'}}{\gamma'} \right]_{\beta}^x \right. \\
&\quad \left. + \frac{b^3}{6} \left[\frac{e^{-a\gamma'} [a^2\gamma'^2 e^{a\gamma'} Ei(-a\gamma') + a\gamma' - 1]}{2\gamma'^2} \right]_{\beta}^x \right\}, \tag{62}
\end{aligned}$$

em que $Ei(\cdot)$ representa a função Integral Exponencial, definida por $Ei(x) = -\int_x^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt$. Assim, substituindo as constantes, α, β, φ e ψ , e resolvendo o limite presente em (62), obtém-se:

$$\begin{aligned}
I_{\gamma'} &= \left(\bar{\gamma}_h + \frac{(k_o^2 |\mu(l)|^2)^2 \sigma_w^2}{8(\sigma_d^2)^3} + \frac{(k_o^2 |\mu(l)|^2)^3 \sigma_w^2}{96(\sigma_d^2)^4} - \frac{(k_o^2 |\mu(l)|^2)^3 (\sigma_w^2)^2}{96\bar{\gamma}_h (\sigma_d^2)^5} \right) e^{-\frac{\sigma_w^2}{\bar{\gamma}_h \sigma_d^2}} \\
&\quad + \left(-\frac{k_o^2 |\mu(l)|^2 \sigma_w^2}{2(\sigma_d^2)^2} + \frac{(k_o^2 |\mu(l)|^2)^2 (\sigma_w^2)^2}{8\bar{\gamma}_h (\sigma_d^2)^4} - \frac{(k_o^2 |\mu(l)|^2)^3 (\sigma_w^2)^3}{96\bar{\gamma}_h^2 (\sigma_d^2)^6} \right) Ei \left(-\frac{\sigma_w^2}{\bar{\gamma}_h \sigma_d^2} \right). \tag{63}
\end{aligned}$$

Dessa forma, substituindo (63) em (60), I_6 pode ser aproximada por:

$$\begin{aligned}
I_6 &\approx \frac{e^{\left(\frac{\sigma_w^2}{\bar{\gamma}_h \sigma_d^2}\right)}}{2M} \sum_{l=1}^M e^{-\left(\frac{k_o^2 |\mu(l)|^2}{2\sigma_d^2}\right)} \left[\left(\bar{\gamma}_h + \frac{(k_o^2 |\mu(l)|^2)^2 \sigma_w^2}{8(\sigma_d^2)^3} + \frac{(k_o^2 |\mu(l)|^2)^3 \sigma_w^2}{96(\sigma_d^2)^4} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{(k_o^2 |\mu(l)|^2)^3 (\sigma_w^2)^2}{96\bar{\gamma}_h (\sigma_d^2)^5} \right) e^{-\frac{\sigma_w^2}{\bar{\gamma}_h \sigma_d^2}} + \left(-\frac{k_o^2 |\mu(l)|^2 \sigma_w^2}{2(\sigma_d^2)^2} + \frac{(k_o^2 |\mu(l)|^2)^2 (\sigma_w^2)^2}{8\bar{\gamma}_h (\sigma_d^2)^4} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{(k_o^2 |\mu(l)|^2)^3 (\sigma_w^2)^3}{96\bar{\gamma}_h^2 (\sigma_d^2)^6} \right) Ei \left(-\frac{\sigma_w^2}{\bar{\gamma}_h \sigma_d^2} \right) \right] \tag{64}
\end{aligned}$$

Substituindo (57) e (64) em (56), obtém-se a probabilidade média de detecção correta, como se segue:

$$\begin{aligned}
P_{\text{AVG}}(\kappa = 1) &\approx 1 - \frac{e^{\left(\frac{\sigma_w^2}{\bar{\gamma}_h \sigma_d^2}\right)}}{2M\bar{\gamma}_h} \sum_{l=1}^M e^{-\left(\frac{k_o^2 |\mu(l)|^2}{2\sigma_d^2}\right)} \left[\left(\bar{\gamma}_h + \frac{(k_o^2 |\mu(l)|^2)^2 \sigma_w^2}{8(\sigma_d^2)^3} + \frac{(k_o^2 |\mu(l)|^2)^3 \sigma_w^2}{96(\sigma_d^2)^4} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{(k_o^2 |\mu(l)|^2)^3 (\sigma_w^2)^2}{96\bar{\gamma}_h (\sigma_d^2)^5} \right) e^{-\frac{\sigma_w^2}{\bar{\gamma}_h \sigma_d^2}} + \left(-\frac{k_o^2 |\mu(l)|^2 \sigma_w^2}{2(\sigma_d^2)^2} + \frac{(k_o^2 |\mu(l)|^2)^2 (\sigma_w^2)^2}{8\bar{\gamma}_h (\sigma_d^2)^4} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{(k_o^2 |\mu(l)|^2)^3 (\sigma_w^2)^3}{96\bar{\gamma}_h^2 (\sigma_d^2)^6} \right) Ei \left(-\frac{\sigma_w^2}{\bar{\gamma}_h \sigma_d^2} \right) \right] \tag{65}
\end{aligned}$$

Consequentemente, a probabilidade média de detecção incorreta será dada pelo complemento de (65), da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
P_{\text{AVG}}(\kappa = 0) &= 1 - P_{\text{AVG}}(\kappa = 1) \\
&= \frac{e^{\left(\frac{\sigma_w^2}{\bar{\gamma}_h \sigma_d^2}\right)}}{2M\bar{\gamma}_h} \sum_{l=1}^M e^{-\left(\frac{k_o^2 |\mu(l)|^2}{2\sigma_d^2}\right)} \left[\left(\bar{\gamma}_h + \frac{(k_o^2 |\mu(l)|^2)^2 \sigma_w^2}{8(\sigma_d^2)^3} + \frac{(k_o^2 |\mu(l)|^2)^3 \sigma_w^2}{96(\sigma_d^2)^4} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{(k_o^2 |\mu(l)|^2)^3 (\sigma_w^2)^2}{96\bar{\gamma}_h (\sigma_d^2)^5} \right) e^{-\frac{\sigma_w^2}{\bar{\gamma}_h \sigma_d^2}} + \left(-\frac{k_o^2 |\mu(l)|^2 \sigma_w^2}{2(\sigma_d^2)^2} + \frac{(k_o^2 |\mu(l)|^2)^2 (\sigma_w^2)^2}{8\bar{\gamma}_h (\sigma_d^2)^4} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{(k_o^2 |\mu(l)|^2)^3 (\sigma_w^2)^3}{96\bar{\gamma}_h^2 (\sigma_d^2)^6} \right) Ei \left(-\frac{\sigma_w^2}{\bar{\gamma}_h \sigma_d^2} \right) \right] \quad (66)
\end{aligned}$$

Agora que todas as equações necessárias foram calculadas, finalmente, é possível obter a expressão média para a BEP do sistema ESIM-OFDM em canal seletivo em frequência com desvanecimento Rayleigh e presença de distorção não linear. Assim, substituindo (52), (65) e (66) em (40), chega-se ao resultado que se deseja:

$$\begin{aligned}
P_b^{\text{ESIM}} &= \frac{2}{\log_2(M) + 1} \times P_{\text{AVG}}(\kappa = 0) + \frac{\log_2(M)}{\log_2(M) + 1} \times P_{\text{AVG}}(\kappa = 1) \times P_b^{\text{OFDM}} \\
&= \frac{1}{\log_2(M) + 1} \times \frac{e^{\left(\frac{\sigma_w^2}{\bar{\gamma}_h \sigma_d^2}\right)}}{M\bar{\gamma}_h} \sum_{l=1}^M e^{-\left(\frac{k_o^2 |\mu(l)|^2}{2\sigma_d^2}\right)} \left[\left(\bar{\gamma}_h + \frac{(k_o^2 |\mu(l)|^2)^2 \sigma_w^2}{8(\sigma_d^2)^3} + \frac{(k_o^2 |\mu(l)|^2)^3 \sigma_w^2}{96(\sigma_d^2)^4} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{(k_o^2 |\mu(l)|^2)^3 (\sigma_w^2)^2}{96\bar{\gamma}_h (\sigma_d^2)^5} \right) e^{-\frac{\sigma_w^2}{\bar{\gamma}_h \sigma_d^2}} + \left(-\frac{k_o^2 |\mu(l)|^2 \sigma_w^2}{2(\sigma_d^2)^2} + \frac{(k_o^2 |\mu(l)|^2)^2 (\sigma_w^2)^2}{8\bar{\gamma}_h (\sigma_d^2)^4} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{(k_o^2 |\mu(l)|^2)^3 (\sigma_w^2)^3}{96\bar{\gamma}_h^2 (\sigma_d^2)^6} \right) Ei \left(-\frac{\sigma_w^2}{\bar{\gamma}_h \sigma_d^2} \right) \right] + \frac{\log_2(M)}{\log_2(M) + 1} \times \left\{ 1 - \frac{e^{\left(\frac{\sigma_w^2}{\bar{\gamma}_h \sigma_d^2}\right)}}{2M\bar{\gamma}_h} \right. \\
&\quad \times \sum_{l=1}^M e^{-\left(\frac{k_o^2 |\mu(l)|^2}{2\sigma_d^2}\right)} \left[\left(\bar{\gamma}_h + \frac{(k_o^2 |\mu(l)|^2)^2 \sigma_w^2}{8(\sigma_d^2)^3} + \frac{(k_o^2 |\mu(l)|^2)^3 \sigma_w^2}{96(\sigma_d^2)^4} - \frac{(k_o^2 |\mu(l)|^2)^3 (\sigma_w^2)^2}{96\bar{\gamma}_h (\sigma_d^2)^5} \right) \right. \\
&\quad \times e^{-\frac{\sigma_w^2}{\bar{\gamma}_h \sigma_d^2}} + \left(-\frac{k_o^2 |\mu(l)|^2 \sigma_w^2}{2(\sigma_d^2)^2} + \frac{(k_o^2 |\mu(l)|^2)^2 (\sigma_w^2)^2}{8\bar{\gamma}_h (\sigma_d^2)^4} - \frac{(k_o^2 |\mu(l)|^2)^3 (\sigma_w^2)^3}{96\bar{\gamma}_h^2 (\sigma_d^2)^6} \right) \\
&\quad \left. \left. \times Ei \left(-\frac{\sigma_w^2}{\bar{\gamma}_h \sigma_d^2} \right) \right] \right\} \times \frac{a}{\log_2(M)} \left[1 - \sqrt{\frac{b}{b + \frac{1}{\bar{\gamma}_{\text{WL}}}}} \operatorname{erf} \left(\sqrt{\gamma_{\text{PA}}} \sqrt{b + \frac{1}{\bar{\gamma}_{\text{WL}}}} \right) \right]. \quad (67)
\end{aligned}$$

4 RESULTADOS

Neste capítulo, através de simulações numéricas, os resultados desenvolvidos nas Seções 3.2, 3.3 e 3.4 são validados. Além disso, é realizada uma comparação de desempenho entre as técnicas OFDM e ESIM-OFDM sob o efeito das distorções não lineares de um PA. A Seção 4.1 trás os resultados de simulações para o primeiro caso, em que considera-se apenas ruído AWGN, e a Seção 4.2 exhibe os resultados para o cenário com canal seletivo em frequência com desvanecimento Rayleigh.

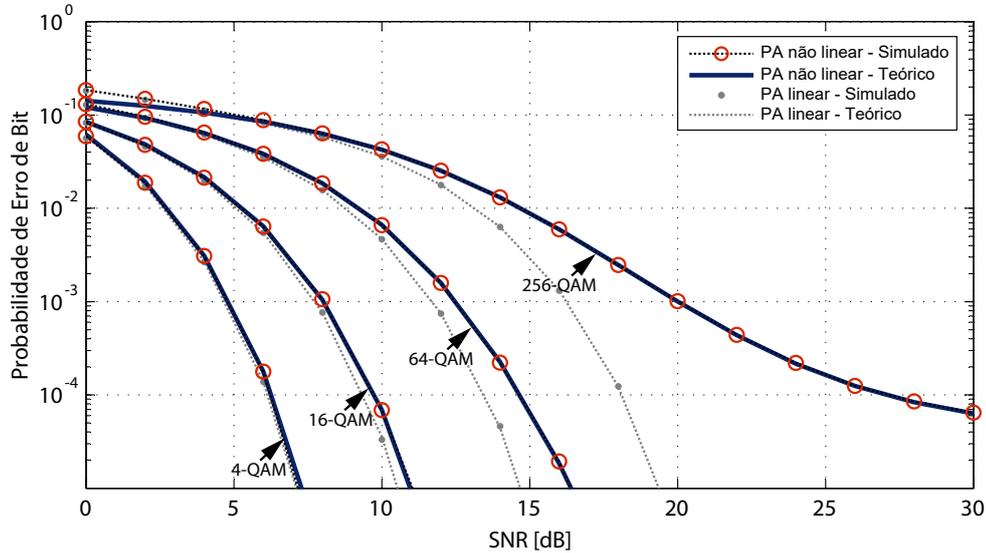
Nos sistemas implementados, quando não dito o contrário, será fixada a potência de transmissão e variada a potência do ruído. Ademais, assume-se que os transmissores possuem um PA não linear do tipo *soft-clipping*, definido na Seção 2.2, com limiar de saturação $A_{sat} = 1$. As simulações foram realizadas para várias ordens de modulação QAM, em que os resultados de cada ordem foram obtidos através de 2×10^4 iterações de Monte Carlo. Os demais parâmetros, como o número de subportadoras, potência de transmissão, potência do ruído e tipo de canal, serão determinados dependendo do cenário simulado.

4.1 Resultados de Simulações para Canal AWGN

Nesse primeiro cenário, considera-se um número de subportadoras $N_s = 512$, com potência de transmissão fixa $P_s = 0.5$ e um canal que conta somente com adição de ruído AWGN com potência variável. A Figura 11 mostra as curvas de BEP do sistema ESIM-OFDM, tanto para o caso linear como para o caso com distorções não lineares. Para cada ordem de modulação são plotadas duas curvas, a teórica, obtida através de (40), e a resultante das simulações de Monte Carlo. Percebe-se que as curvas teóricas e simuladas obtidas são muito próximas. Isso valida o desenvolvimento teórico realizado na Seção 3.3 e comprova que a extensão do teorema de Busgang realmente pode ser utilizada para modelar as distorções não lineares para essa técnica de IM. Através desse gráfico, já é possível se obter uma ideia da robustez do sistema no cenário considerado. Percebe-se que apenas para uma ordem de modulação alta, 256-QAM, a curva da BEP apresenta um patamar de saturação. Para ordens mais baixas, a técnica se comporta de forma próxima ao cenário linear.

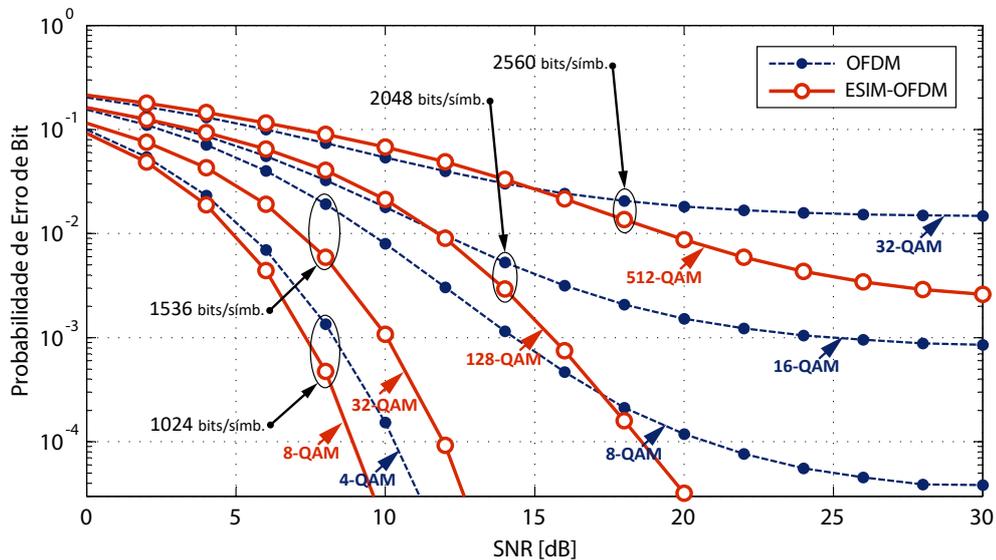
Uma forma justa de comparar o desempenho das técnicas ESIM-OFDM e OFDM convencional é igualando suas eficiências espectrais, fazendo com que ambas transmitam com a mesma taxa de transferência. Como foi mostrado, isso se faz possível aplicando uma ordem de modulação QAM maior na ESIM-OFDM. A Figura 12 mostra os resultados da comparação entre as curvas de BEP das duas técnicas, para diferentes taxas de transmissão. Verifica-se que para baixas SNRs, em altas taxas de transmissão, a técnica convencional exhibe um desempenho ligeiramente melhor. Isso acontece pois, para essa simulação, uma baixa SNR significa uma alta potência de ruído e, dessa forma, o ruído se torna mais relevante do que a distorção não linear. Por conta disso, nessas comparações, em que as duas técnicas estão com eficiências espectrais iguais, o desempenho

Figura 11: Curvas de BEP, teórica e simulada, versus SNR por bit para diferentes ordens de modulação da técnica ESIM-OFDM em canal AWGN.



Fonte: Próprio autor.

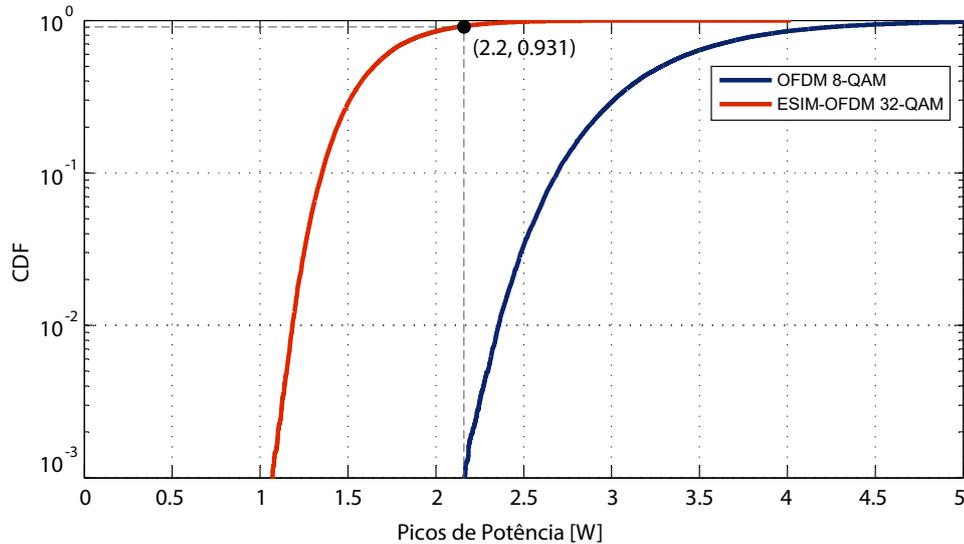
Figura 12: Comparação das curvas simuladas de BEP entre OFDM e ESIM-OFDM para diferentes taxas de transmissões em canal AWGN.



Fonte: Próprio autor.

da ESIM-OFDM é um pouco mais afetado quando o ruído é muito forte e a ordem de modulação é alta. Contudo, para valores de SNR mais elevados a vantagem que a ESIM-OFDM obtém sobre a OFDM é expressiva. Pode-se perceber que para uma mesma taxa de transmissão, em altas SNRs, a ESIM-OFDM obtém desempenho melhor que a OFDM, mesmo tendo uma ordem de modulação superior. É possível notar que para a taxa de transmissão de 2048 bits/símbolo, em torno de 12 dB, a BEP da ESIM-OFDM ultrapassa

Figura 13: CDF empírica dos picos de potência da OFDM e ESIM-OFDM com eficiências espectrais iguais.



Fonte: Próprio autor.

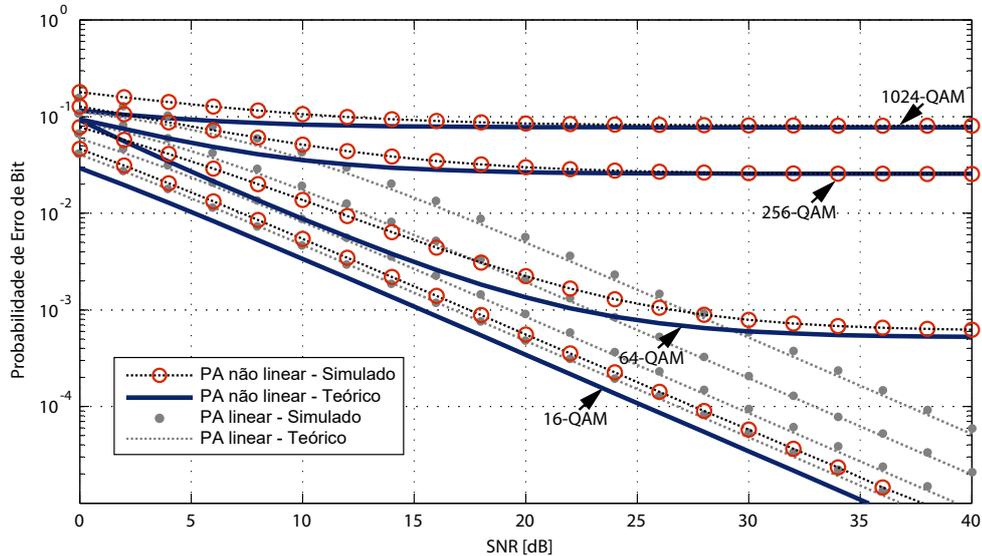
o desempenho da OFDM e continua diminuindo sem que haja saturação, enquanto que a OFDM converge para um patamar próximo a 10^{-3} . Para SNRs acima de 17 dB, a BEP da ESIM-OFDM com 128-QAM se torna melhor até que a OFDM com 8-QAM, que possui taxa de transmissão de apenas 1536 bits/símbolo.

O motivo dessa forte imunidade às distorções não lineares fica bem esclarecido quando se analisa a CDF (*Cumulative Distribution Function*) empírica dos picos de potência do sinal de entrada no PA, mostrada na Figura 13. É perceptível a grande distância entre as CDFs das duas técnicas. Pode ser visto que a técnica ESIM-OFDM consegue obter uma redução significativa dos picos de potência, de forma que 93,1% de todos os picos obtidos são menores do que o menor pico obtido na técnica convencional. Essa característica é a responsável por proporcionar a robustez do sistema a cenários não lineares, oferecendo taxas de erro bem mais baixas que as obtidas na OFDM convencional. Além disso, esse comportamento faz com que uma quantidade menor de energia seja utilizada, o que torna a técnica ideal para aplicações com restrições de potência.

4.2 Resultados de Simulações para Canal Rayleigh

Para esse cenário, considera-se o número total de subportadoras $N_s = 1024$, com potência de transmissão fixa $P_s = 0.8$, um canal seletivo em frequência Rayleigh, com resposta ao impulso de 6 coeficientes, e adição de ruído AWGN com potência variável. Os primeiros resultados que validam o desenvolvimento teórico realizado na Seção 3.4 são apresentados nos gráficos da Figura 14. Para cada ordem de modulação QAM, duas curvas são exibidas, a teórica, plotada através da aproximação calculada em (67), e a simulada. Verifica-se que embora a expressão desenvolvida de BEP não seja uma solução

Figura 14: Curvas de BEP, teórica e simulada, versus SNR por bit para diferentes ordens de modulação da técnica ESIM-OFDM em canal Rayleigh.



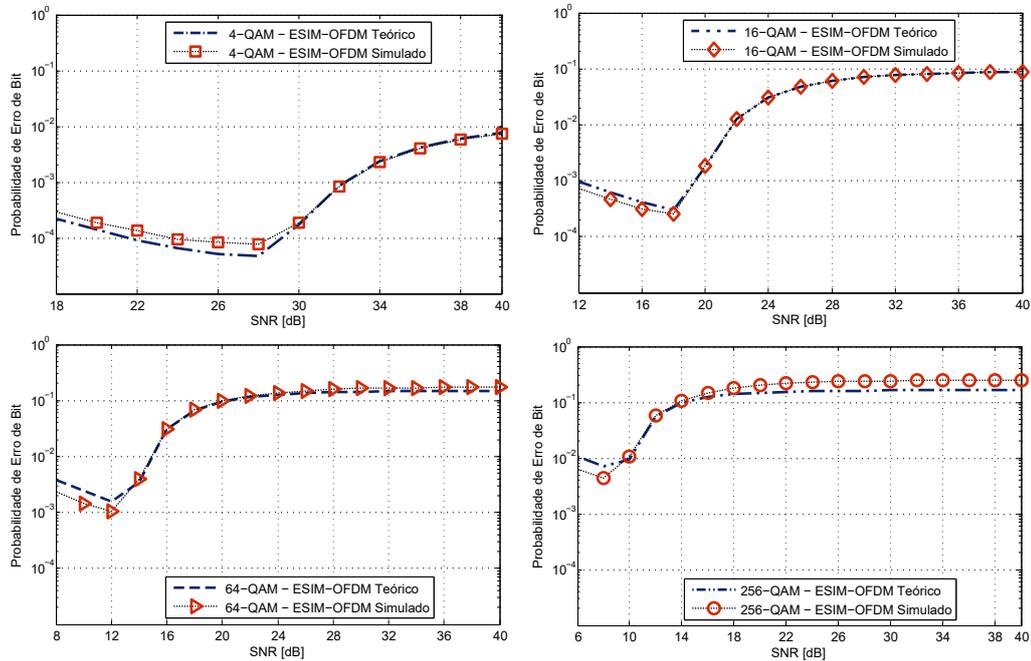
Fonte: Próprio autor.

exata, as curvas teóricas e simuladas apresentam valores próximos, principalmente nos resultados em que os efeitos das distorções não lineares são mais aparentes, como são os casos das curvas obtidas a partir de ordens de modulação mais altas que 16-QAM. Para esses casos, como pode ser visualizado, em altas SNRs, os resultados de BEP gerados pela expressão teórica exibem muita proximidade aos de simulações.

Para reforçar a validação do desenvolvimento teórico, diferentemente do que vinha sendo realizado, agora a potência de transmissão é variada e a potência do ruído é mantida fixa. A Figura 15 mostra uma comparação entre os resultados teóricos e simulados, utilizando uma potência de 10^{-3} para o ruído AWGN. Nessa simulação, o aumento da SNR significa um aumento na potência de transmissão e, por conta disso, a partir de um certo valor de SNR, as distorções não lineares se tornam mais intensas, afetando, assim, o desempenho de BEP do sistema. Por exemplo, para a ordem de modulação 4-QAM, os efeitos das distorções começam a degradar o desempenho do sistema a partir de 28 dB. Como pode ser visto, para a maioria das ordens de modulação, em altas SNRs, a equação teórica calculada consegue modelar precisamente o desempenho de BEP do sistema ESIM-OFDM simulado. Somente para a ordem de modulação 256-QAM, as curvas se mostram um pouco mais afastadas. Portanto, a partir desses resultados, o desenvolvimento teórico realizado na Seção 3.4 é validado.

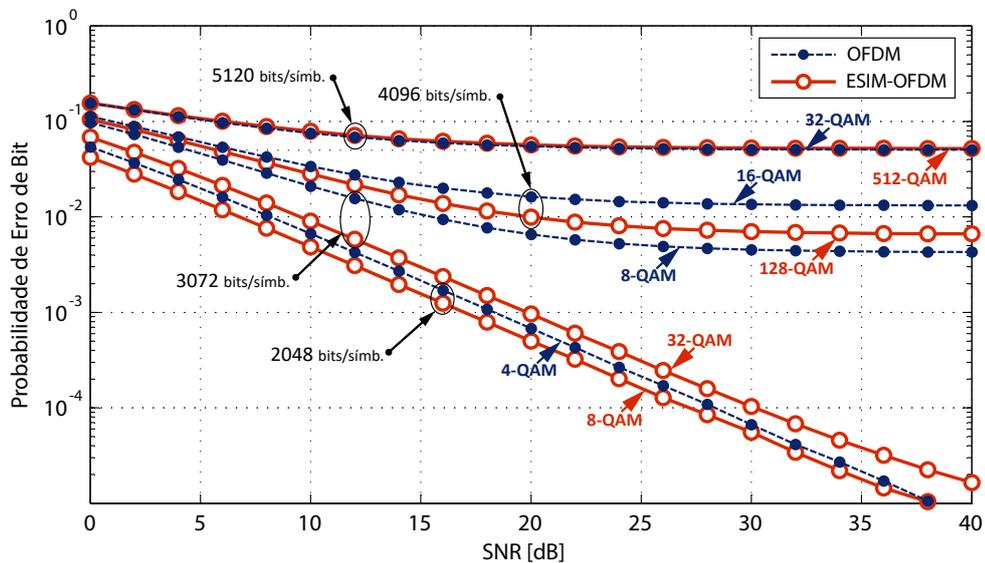
De maneira similar ao que foi realizado na Seção 4.1, mas dessa vez considerando o cenário com canal Rayleigh, as técnicas de modulação ESIM-OFDM e OFDM convencional são comparadas com eficiências espectrais iguais. Novamente, a potência de transmissão é mantida fixa e a potência do ruído é variada. A Figura 16 mostra

Figura 15: Curvas de BEP, teórica e simulada, versus SNR por bit para diferentes ordens de modulação da técnica ESIM-OFDM com potência do ruído fixa em canal Rayleigh.



Fonte: Próprio autor.

Figura 16: Comparação das curvas simuladas de BEP entre OFDM e ESIM-OFDM para diferentes taxas de transmissões em canal Rayleigh.



Fonte: Próprio autor.

os resultados da comparação de desempenho entre as técnicas, para diferentes taxas de transmissão. É perceptível que a ESIM-OFDM mantém vantagem sobre a OFDM, na maioria dos casos, também para esse cenário. Apenas para uma taxa de transmissão alta, de 5120 bits/símbolo, as duas técnicas apresentam desempenhos semelhantes. Para taxas mais baixas, a ESIM-OFDM exibe desempenho superior ao da técnica convencional para

todos os níveis de SNR e não somente para valores mais altos, como o que acontecia em alguns resultados de simulação da Seção 4.1. Percebe-se que, o ganho mais expressivo acontece nas curvas das taxas de 3072 bits/símbolo, na qual é utilizado 8-QAM para a OFDM convencional e 32-QAM para a ESIM-OFDM. Nessa configuração, a técnica convencional converge para um patamar de saturação, próximo a $0,5 \times 10^{-2}$, enquanto que taxa de erro da ESIM-OFDM continua diminuindo. Com isso, é mostrado que a ESIM-OFDM mantém sua robustez aos efeitos de distorções não lineares também em sistemas com canais seletivos em frequência, tornando a técnica atrativa para aplicações como as de transmissão sem fio.

5 CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi realizada uma análise de desempenho da técnica de multiplexação ESIM-OFDM sob os efeitos introduzidos por um PA não linear sem memória. Na análise, dois cenários foram levados em conta: primeiro, um modelo mais simples, que contava apenas com ruído AWGN, e em sequência, um modelo que possuía canal seletivo em frequência com desvanecimento Rayleigh. Como primeira parte do desenvolvimento teórico, uma caracterização estatística do sinal proveniente da técnica foi desenvolvida. Então, a partir das demonstrações realizadas, pôde-se utilizar, com segurança, a extensão do Teorema de Bussgang para modelar as distorções não lineares, o que possibilitou calcular expressões de BEP para os dois cenários mencionados. Os resultados obtidos através de simulações de Monte Carlo foram bastante consistentes, validando o desenvolvimento realizado no trabalho, tanto para o caso com desvanecimento quanto para o caso sem. Além do mais, foi apresentada uma comparação de desempenho entre a OFDM convencional e a ESIM-OFDM. Para garantir justiça na comparação, as eficiências espectrais das duas técnicas foram igualadas. Mostrou-se que a ESIM-OFDM tem desempenho de BEP bastante superior que a OFDM convencional, mesmo para ordens de modulação mais altas nos cenários considerados.

Portanto, ficou claro que além do uso reduzido de subportadoras ativas proporcionar uma melhor eficiência energética, a técnica de IM adotada neste trabalho possui grande potencial para aplicações em sistemas de comunicações com fortes características não lineares, de maneira que, é possível manter sua eficiência espectral igual à obtida na OFDM convencional e, ainda assim, garantir um melhor desempenho das taxas de erro, para todos os casos analisados. Em trabalhos futuros, as análises podem ser estendidas para canais com desvanecimento generalizado ou redes cooperativas, assim como, outras técnicas de IM podem ser consideradas.

REFERÊNCIAS

- [1] Goldsmith, A.: *Wireless Communications*. Stanford: Cambridge University Press, 2005.
- [2] Chang, R. W. : *Synthesis of Band-Limited Orthogonal Signals for Multichannel Data Transmission*. The Bell System Technical Journal, 45, Dezembro, 1966.
- [3] Salz, J. e Weinstein, S. B. : *Fourier Transform Communication System*. Ass. Comput.,. Machinery Conf. Computers and Communication, Outubro, 1969.
- [4] Weinstein, S. B. e Ebert, P. : *Data Transmission by Frequency-Division Multiplexing Using the Discrete Fourier Transform*. IEEE Trans. on Commun., 19:628–634, Outubro, 1971.
- [5] Abu-alhiga, R. e Haas, H. : *Subcarrier-Index Modulation OFDM*. IEEE 20th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, páginas 177–181, 2009.
- [6] Tsonev, D.; Sinanovic, S. e Haas, H. : *Enhanced subcarrier index modulation (SIM) OFDM*. Proc. IEEE GLOBECOM Workshops, páginas 728–732, Dezembro, 2011.
- [7] Basar, E.; Aygolu, U.; Panayirci, E.; et al.: *Orthogonal frequency division multiplexing with index modulation*. IEEE Trans. Signal Process., páginas 5536–5549, 2013.
- [8] Zhang, H.; Yang , L. e Hanzo, L. : *Compressed Sensing Improves the Performance of Subcarrier Index-Modulation-Assisted OFDM*. IEEE Access, 4:7859 – 7873, Outubro, 2016.
- [9] Tan, J.; Wang, S.; et al.: *Subcarrier Index Modulated OFDM with Soft Decoder*. International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing, Setembro, 2014.
- [10] Xiao, Y.; Wang, S.; et al.: *OFDM With Interleaved Subcarrier-Index Modulation*. IEEE Communications Letters, 18, Agosto, 2014.
- [11] Basar, E.: *OFDM With Index Modulation Using Coordinate Interleaving*. IEEE Wireless Communications Letters, 4:381 – 384, Agosto, 2015.
- [12] Fan, R.; Yu, Y. J. e Guan, Y. L. : *Generalization of Orthogonal Frequency Division Multiplexing With Index Modulation*. IEEE Transactions on Wireless Communications, 14:5350 – 5359, Outubro, 2015.

- [13] Chafii, M.; Coon, J. P.; et al.: *DCT-OFDM with Index Modulation*. IEEE Communications Letters, Março, 2017.
- [14] Jan, O.; Sandel, D.; et al.: *Fiber Nonlinearity Tolerance of SIM-OFDM in CO-OFDM Transmission*. Opto-Electronics and Communications Conference, Julho, 2012.
- [15] Jan, O.; Sandel, D.; et al.: *Phase noise robustness of SIM-OFDM in CO-OFDM transmission*. European Conference and Exhibition on Optical Communications, Setembro, 2012.
- [16] Basar, E.; Aygolu, U. e Panaylrcl, E. : *Orthogonal Frequency Division Multiplexing with Index Modulation in the Presence of High Mobility*. International Black Sea Conference on Communications and Networking, Julho, 2013.
- [17] Yu, S. Y.; Feng, Y ; Kim, M. K. e Kim, S. C. : *Performance Analysis of Subcarrier Index Modulation-OFDM in Doppler Spread Environments*. International Conference on Intelligent Systems, Modelling and Simulation, Janeiro, 2016.
- [18] Ma, Q.; Yang, P. ; et al.: *Error Probability Analysis of OFDM-IM with Carrier Frequency Offset*. IEEE Communications Letters, 20:2434 – 2437, Dezembro, 2016.
- [19] Xiao, L.; Xu, B.; et al.: *Performance Evaluation in PAPR and ICI for ISIM-OFDM systems*. International Workshop on High Mobility Wireless Communications, Novembro, 2014.
- [20] Xiao, L.; Xu, B.; et al.: *MIMO-OFDM with Interleaved Subcarrier-Index Modulation*. International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing, Setembro, 2014.
- [21] Basar, E.: *Multiple-Input Multiple-Output OFDM with Index Modulation*. IEEE Signal Processing Letters, 22:2259 – 2263, Dezembro, 2015.
- [22] Basar, E.: *On Multiple-Input Multiple-Output OFDM with Index Modulation for Next Generation Wireless Networks*. IEEE Signal Processing Letters, 64:3868 – 3878, Agosto, 2016.
- [23] Peled, A. e Ruiz, A. : *Frequency Domain Data Transmission Using Reduced Computational Complexity Algorithms*. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 5:964–967, Abril, 1980.
- [24] Weinstein, S. B.: *History of Communications: The History of Orthogonal Frequency-Division Multiplexing*. IEEE Communications Magazine, 47, Novembro, 2009.
- [25] Fernandes, C. A. R. ; Mota, J. C. M. e Favier, G. : *Analysis and Power*

- Diversity-Based Cancellation of Nonlinear Distortions in OFDM Systems*. IEEE Trans. Signal Process., páginas 3520–3531, 2012.
- [26] Saeedi, H. ; Sharif, M. e Marvasti, F. : *Clipping Noise Cancellation in OFDM Systems Using Oversampled Signal Reconstruction*. IEEE Communications Letters, Fevereiro, 2002.
- [27] Vuolevi, J.; Rahkonen, T.: *Distortion in RF power amplifiers*. Artech House Microwave Library, 2003.
- [28] Jaeger, R. C., Blalock T. N.: *Microelectronic Circuit Design*. McGraw-Hill, 2010.
- [29] Pasricha, R.; Sharma, S.; Pasricha, S.: *Memoryless Non Linear Modeling of Power Amplifier*. International Journal of Electronics Engineering, páginas 55–58, 2010.
- [30] Park, H. S. e Park, Y.O.: *A Digital Clipping Method for a Transmitter of an Orthogonal Frequency Division Multiple Access System*, Junho, 2006. WO Patent App. PCT/KR2005/003,575.
- [31] Bussgang, J.: *Cross Correlation Function of Amplitude-Distorted Gaussian Signals*. Research Lab. of Electronics, Massachusetts Institute of Technology, Março, 1952.
- [32] Rowe, H. E. : *Memoryless Nonlinearities with Gaussian Inputs: Elementary Results*. The Bell System Technical Journal, 61, Setembro, 1982.
- [33] Dardari, D. ; Tralli, V. e Vaccari, A. : *A Theoretical Characterization of Nonlinear Distortion Effects in OFDM Systems*. IEEE Transactions on Communications, Outubro, 2000.
- [34] Mesleh, R. Y.; Haas, H.; et al.: *Spatial Modulation*. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 57, Julho, 2008.
- [35] Ishikawa, N.; Sugiura, S.; et al.: *Subcarrier-Index Modulation Aided OFDM - Will It Work?* IEEE Access, 4:2580 – 2593, Maio, 2016.
- [36] Alouini, M. e Goldsmith, A. J.: *A Unified Approach for Calculating Error Rates of Linearly Modulated Signals over Generalized Fading Channels*. IEEE Transactions on Communications, Setembro, 1999.
- [37] Simon, M. K. e Alouini, M. : *Digital Communication Over Fading Channels: A Unified Approach to Performance Analysis*. Wiley Series in Telecommunications and Signal Processing, 2000.
- [38] Fernandes, C. A. R.; Costa, D. B. e Almeida, A. L. F.: *Performance Analysis of Cooperative Amplify-and-Forward Orthogonal Frequency Division Multiplexing*

- Systems with Power Amplifier Non-Linearity*. IET Communications, 8:3223 – 3233, Dezembro, 2014.
- [39] Louie, R.H.Y.; Li, Y.; Suraweera, H.A.; Vucetic, B.: *Performance Analysis of Beamforming in Two Hop Amplify and Forward Relay Networks with Antenna Correlation*. IEEE Trans. Wirel. Commun., páginas 3132–3141, Dezembro, 2009.
- [40] Sousa, D. A.: *Análise de Desempenho de Sistemas OFDM Cooperativos DF com Amplificadores de Potência Não Lineares*. Tese de Mestrado, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, Agosto, 2013.
- [41] Farias, E. J. P.: *Análise de Sistemas OFDM Cooperativos AF com Amplificadores de Potência Não Lineares*. Tese de Mestrado, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, Julho, 2013.
- [42] Ikki, S.; Ahmed, M.H.: *Performance Analysis of Cooperative Diversity Wireless Networks over Nakagami-M Fading Channel*. IEEE Commun. Lett., páginas 334–336, 2007.
- [43] Hasna, M. O.; Alouini, M. S.: *Outage Probability of Multihop Transmission over Nakagami Fading Channels*. IEEE Commun. Lett., páginas 1089–1098, 2003.